

Emelt szintű érettségi feladatsorok és megoldásaik
Összeállította: Dobos Sándor; dátum: 2005. november**I. rész***1. feladat*

Adott a síkon két kör, meghúztuk a közös külső és belső érintőiket. Az érintési pontok közötti szakaszok hossza ezeken rendre 26 és 22. Határozzuk meg a körök sugarainak szorzatát!

(12 pont)

2. feladat

Kifejlesztettek az X - kórtól való fertőzöttség kimutatására egy orvosi tesztet. A teszt 1000 beteg vizsgálata során általában 998-nál jelzi a fertőzöttséget. Sajnos a vizsgálat még nem tökéletes, 100 egészséges embert megvizsgálva általában 5-nél a teszt fertőzöttséget jelez. Az eddigi vizsgálatok szerint megállapítható, hogy a lakosság egy ezreléke beteg.

Egy emberen végrehajtják a tesztet és az fertőzöttséget mutat. Mekkora a valószínűsége, hogy valóban beteg az illető?

(13 pont)

3. feladat

Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amely előáll 9, 10 és 11 szomszédos egész szám összegeként is?

(12 pont)

4. feladat

$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

a) Hány $f: A \rightarrow B$ függvény létezik?

b) Ezek közül hány olyan van, amely szigorúan monoton növvő?

c) Az a) pontban tekintett összes függvény között hány olyan van, amely értékkészletének pontosan három eleme van?

(14 pont)

II. rész

Az 5 - 9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.

5. feladat

A mézeskalácsos mester ha ébren volt, állandóan mézeskalácsokat készített. Ha keveset aludt, akkor álmosan ment a munka. A túl sok alvástól pedig bágyadtnak érezte magát, ráadásul ilyenkor kevesebb ideje is maradt. Rájött, hogy az óránként elkészülő kalácsok mennyisége az alvás és az ébrenlét időtartamának a szorzatával arányos. Hány órát aludjon naponta a mester, hogy a lehető legtöbb kalácsot tudja elkészíteni?

(16 pont)

6. feladat

Egy pók egy henger alakú helyiség mennyezetének pereméről a padló átellenes pontjába kétféleképpen is eljuthat ugyanakkora úton:

- függőlegesen leereszkedik, majd a padló átmérője mentén folytatja útját, vagy
- végig a paláston halad, a palástot síkba terítve útja ekkor egy egyenes szakasz.

Számítsuk ki a henger magasságának és átmérőjének arányát.

(16 pont)

7. feladat

Egy társaságban öt ember találkozott, jelölje őket A, B, C, D, E . Köztük az ismeretségek kölcsönösek. Megkérdeztük őket, kinek hány ismerőse van ötük között. A azt mondta, négy embert ismer. C -ről kiderült, hogy ugyanannyi ismerőse van, mint D -nek. D azt mondta, hogy eggyel kevesebb ismerőse van, mint E -nek. E ismerőseinek száma páratlan.

- a) Hány embert ismer D ?
- b) Ismerheti-e egymást B és D ?
- c) Ismerheti-e egymást C és D ?

(16 pont)

8. feladat

A Bergengóc takarékpénztár annyi kamatot ad egy évre a betéttulajdonosnak, amennyi az infláció mértéke. A Bergengóc Állam a kamat 20%-át adóként elvonja. Az inflációs ráta 2004-ben 25% volt, 2005-ben pedig 16%. A takarékpénztár év végén a kamattal növeli a betét összegét és a következő évben a megnövelt összeg kamatozik tovább.

a) 2004 január elsején egy illető betett a bankba 100 000 bergócot. (A forint megfelelője a bergóc.) Hány bergócot vehet fel 2006. január elsején?

b) Hány százalékkal csökkent az állam kamatadóból származó bevétele reálértékben, ha mindkét évben a takarékpénztár összes betétállományának reálértéke ugyanannyi volt?

(16 pont)

9. feladat

Legyen $H = \{1, 2, \dots, 19, 20\}$.

- a) Hány olyan részhalmaza van H -nak, amelyben az elemek szorzata 5-re végződik?
- b) Hány olyan részhalmaza van H -nak, amelyben az elemek szorzata 50-re végződik?

(16 pont)