MATEMATIKA EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI FELADATSOR

- A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
- A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
- A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe! Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor az utolsó feladatra nem kap pontot!
- A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
- A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!
- Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetőek legyenek!
- A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania; elég csak a tétel megnevezését említeni, de alkalmazhatóságát röviden indokolni kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában alkalmazhatóságát indokolja.
- A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
- A feladatok megoldását tollal készítse! Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető!
- Az egyes feladatokra az ott feltüntetett pontszámnál több nem kapható.
- Ha a megadott válasz hibás elemet vagy elemeket tartalmaz, akkor maximális pontszám nem adható.

1. feladatsor

Összeállította: Dobos Sándor

I. rész

1. A Bergengóc Nemzeti Bank (BNB) központi páncélszekrényének nyitókódja egy háromjegyű szám. A háromjegyű szám utolsó jegyét ismeri a bank portása, az utolsó két jegyet ismeri a bank pénztárosa, de mind a három jegyet csak a BNB igazgatója ismeri. Kiderült, hogy a pénztáros által ismert szám négyzetét elosztva a portás által ismert számmal éppen a nyitókódot kapjuk.

a) Igazoljuk, hogy az utolsó két jegy szorzata 0-ra végződik.

4 pont		

b) Határozzuk meg a BNB igazgatója által ismert számot.

8 pont		

2. Adott a derékszögű koordinátarendszerben három pont A(2; 3), B(4;9), C(7;6).

a) Írja fel a B-n áthaladó AC-vel párhuzamos egyenes egyenletét.

4 pont		

b) Írja fel a C-n áthaladó AB-re merőleges egyenes egyenletét.

4 pont		

c) Írja fel azon A középpontú kör egyenletét, mely áthalad a BC szakasz C-hez közelebbi harmadolópontján.

5 pont		

3. Határozzuk meg azt a pozitív egész n számot, melyre n és n+99 is

a) prímszám.

4 pont		

b) négyzetszám.

8 pont		

4. Egy 100 fős társaságban 5-en tudnak angolul, oroszul és németül. 10-en tudnak angolul és németül. Angolul és oroszul 25-en, oroszul és németül 8-an tudnak. Tízszer annyian tudnak angolul, mint ahányan mind a három nyelvet beszélik. Oroszul tízzel kevesebben tudnak, mint angolul. Németül 15-en tudnak.

a) A társaság tagjai közül hányan tudnak csak németül?

4 pont		

b) Hány olyan ember van a társaságban, aki tud angolul, vagy németül?

4 pont		

c) Az angolul nem tudók hány százaléka nem beszél oroszul?

6 pont		

II. rész

Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.

5. Legyen f(x)=4x+1 és g(x)= 3–2x.

a) Keresse meg azt a h(x) függvényt, amelyre f(h(x))=5–8x.

5 pont		

b) Írja fel az f és g függvények inverzeit, f^{-1} és g^{-1} függvényeket!

6 pont		

c) A változó mely értékére teljesül, hogy f(1/x)+g(x)=g(1/x)?

5 pont		

6. Az ABC háromszögben a B csúcsnál lévő szög 20°. Határozzuk meg az A csúcsnál lévő szög nagyságát, ha

a) $a^2+b^2+2ab\sin\gamma=c^2$.

5 pont		

b) $\dfrac{a^2}{b^2}=\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$.

5 pont		

c) AC=5cm és AB=8cm.

8 pont		

7. Egy piros és egy kék dobókockával gurítunk.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy a piros kocka száma nagyobb, mint a kék?

5 pont		

b) Mekkora a valószínűsége, hogy a két dobás összege éppen 7?

5 pont		

c) Kiderült, hogy a piros kocka nem a 3 számot mutatja. Mekkora a valószínűsége, hogy a dobások szorzata páros?

6 pont		

8. Egy értekezleten öten vettek részt, közülük az ismerősök kezet fogtak egymással. Béla mindenkivel kezet fogott. Ezen kívül Aladár kezet fogott Elekkel, Csongor Dezsővel és Elek Dezsővel.

a) Hányféleképpen választhatták ki az értekezlet levezető elnökét, titkárát és jegyzőjét, ha az elnök ismerte a titkárt és a jegyzőt is, de a jegyző és a titkár nem fogott kezet?

8 pont		

b) Az értekezleten megjelentek leültek egy kerek asztal köré úgy, hogy mindenki mindkét szomszédjával kezet fogott. Csongortól balra ült Béla. Ki ült Elektől jobbra?

8 pont		

9. **a)** Határozza meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait: $\log_x 8 < 3$.

6 pont		

b) Határozza meg a következő egyenlőtlenség valós megoldásait: $\log_{0.5}(x-1) \leq 2$.

4 pont		

c) Keressük meg azt az x' valós számot, melyre x' megoldása az előző két egyenlőtlenség egyikének, $1/x'$ megoldása a másiknak és $x'+(1/x')$ értéke a lehető legkisebb.

6 pont		