EMELT SZINTŰ ***MATEMATIKA*** *PRÓBAÉRETTSÉGI ÍRÁSBELI FELADATSOR*

Készítette: Hámori Veronika
vezetőtanár
Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium

I. rész

1. feladat (12 pont)

Egy labdarúgó torna során egy napon négy mérkőzést bonyolítanak le. Erre a napra külön totószelvényt adnak ki. Ezen a szelvényen minden mérkőzésre egy tippet lehet beírni. (A tipp 1, 2 vagy x attól függően, hogy a pályaválasztó csapat győz, a vendégcsapat győz, vagy döntetlen lesz az eredmény.)

a) Hány különböző módon lehet kitölteni egy ilyen szelvényt?
b) Igaz-e, hogy mindig lesz legalább két meccs, amely ugyanolyan eredménnyel zárul?

c) Feltéve, hogy a mindegyik csapat egyforma valószínűséggel veszít, nyer vagy játszik döntetlent, mennyi a valószínűsége annak, hogy valamennyi mérkőzés döntetlen eredménnyel végződik?

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy pontosan egy mérkőzés végződik döntetlen eredménnyel?

e) Mennyi a valószínűsége annak, hogy pontosan két mérkőzés azonos eredménnyel végződik (mindkettő 1, 2 vagy x)

f) Ha valaki minden lehető módon kitölt egy-egy szelvényt és egy szelvény kitöltési ideje 5 perc, továbbá heti 40 órai munkával nettó 120000 forintot keres, legalább mennyit kell nyernie ahhoz, hogy a szelvények kitöltésére fordított idő alatt kieső munkabérét pótolja? (Az illető időarányosan kapja a munkabérét)

2. feladat (13 pont)

Egy osztályban a matematika dolgozat eredményei a következők voltak:

osztályzat	1	2	3	4	5
darabszám	6	4	4	9	5

a) Határozza meg a középértékeket a fenti táblázat adataiból! Adja meg az egyes középértékek kiszámítási módját is!

b) *)Véleménye szerint* melyik középérték jellemzi leginkább egy osztály teljesítményét? *Válaszát indokolja!*

3. feladat (13 pont)

Valamely sakkversenyen egy játékosnak a 6. forduló után 4 pontja van. (Győzelemért 1; döntetlenért 0,5; vereségére 0 pont jár) Hányféleképpen állhatott elő ez az eredmény?

4. feladat (13 pont)

a) Mely valós számok elégítik ki az alábbi egyenlőtlenséget?

$$\log_8 \frac{x^2 - 2x}{x - 3} \langle 1$$

b) Ábrázolja a megoldáshalmazt számegyenesen!

c) Írjon fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei egész számok és mindkét gyöke eleme a fenti egyenlőtlenség megoldáshalmazának!

d) Az *f*: $x \mapsto x^2 - 2x$ függvény zérushelyeiben a függvény grafikonhoz érintőket húzunk. Mekkora területű háromszöget zárnak be az érintők az *x* tengellyel?

II. rész

Az itt következő ***öt*** *feladat közül* ***négyet*** *kell megoldani.*

5. feladat (16 pont)

a) Hogyan kell megválasztani a $K = \dfrac{3n+2}{4n+1}$ kifejezésben *n* pozitív egész szám értékét, hogy a tört egyszerűsíthető legyen?!

b) Egy idomított bolhapár ugrál a számegyenesen, de gazdájuk sohasem egy időben küldi pályára őket. A lány azokra az egész számokra ugrik, amelyek 3-mal osztva 1 maradékot adnak, a fiú pedig csak azokra, amelyek a 4-gyel osztható számok után következő egész számok. Hagyhat-e a fiú levelet a párjának a 2005. osztópontban, és megtalálhatja-e azt a lány?

6. feladat (16 pont)

Egy lakásépítéshez valaki 0,5%-os havi kamatra felvesz 10 millió forintot, amelyet 10 év alatt havi részletekben fizet vissza.

a) Mennyi a havi törlesztő részlet, ha minden hónap végén tőkésítik a kamatot?

b) Ha kamatot csak év végén számolnak, tehát az év közi befizetések csak egy összegben a következő évben kamatoznak, akkor mennyi lenne a havi részlet? A bank vagy a kölcsönigénylő jár jobban ebben az esetben, mint az a) számítás szerint?

c) Ha öt év (félidő) után már van elég pénze az adósnak és meg akar szabadulni a tartozásától, akkor mennyit kell kifizetnie egy összegben, ha az a) szerint számol a bank, hogy törlessze a teljes tartozást?

7. feladat (16 pont)

Oldja meg az alábbi egyenleteket a rendezett valós számpárok halmazán! Ábrázolja a *b) – e)* megoldáshalmazokat koordinátarendszerben!

a) $16x^2 + (8\sin y)x + 1 = 0$
)

b) $(2x-1)^2 + (2y-1)^2 = 0$

c) (2x-1)(2y-1)=0

d) $\dfrac{2x-1}{2y-1} = 0$

e) $\dfrac{2y-1}{2x-1} = 0$

8. feladat (16 pont)

Egy derékszögű háromszög csúcsainak koordinátái: A(0;0), B(3;0), C(0;3). Írjunk az ABC háromszögbe olyan PQR egyenlőszárú derékszögű háromszögeket, amelyeknek csúcsai az ABC háromszög különböző oldalaira illeszkednek, a derékszögű csúcsuk az AC befogón van. Hol kell fölvenni AC befogón P derékszögű csúcsot, hogy PQR háromszög területe minimális legyen?

9. feladat (16 pont)

a)

Ábrázolja az $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & \text{ha } x > 2 \\ -1 & \text{ha } x = 2 \\ x & \text{ha } x < 2 \end{cases}$

függvény grafikonját!

b) Határozza meg a függvény értékkészletét!
c) Mennyi a függvény:
helyettesítési értéke,
baloldali határértéke,
jobb oldali határértéke az x=2 helyen?
d) Hogyan kell megválasztani „**a**” paraméter értékét, hogy a g(x)= **-x + a** függvény grafikonjának f(x) grafikonjával

aa) 0 bb) 1 cc)2 dd) 3 közös pontja legyen?