

Emelt szintű feladatsor

I. rész (4 feladat, 51 pont):

1. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$(1.) \lg(x^2yz) = 2 \quad (2.) \lg(yz) = 0 \quad (3.) xy(xy - 9) = 10$$

11 pont

2. Egy egyenes folyópart mentén egy téglalap alakú területet kerítünk be három oldalról (egyik oldal a folyópart). Maximálisan mekkora területet keríthetünk be, ha 2005 darab 1 méteres kerítéselem áll rendelkezésre? 13 pont

3. Egy koordinátarendszerben 3 különböző helyre érzékelőpontokat akarunk telepíteni: A-t, B-t és C-t. A $(-1, -3 - a)$, B $(3, 3a, +1)$ C $(4 - a, 2a + 2)$

Határozzuk meg „a” értékét úgy, hogy az előbbi pontok egy egyenesen legyenek. 10 pont

Írjuk fel ezen egyenes egyenletét! 3 pont

4. Anna és Balázs felváltva dob egy szabályos dobókockával. Megegyeznek, hogy az nyer, aki nagyobbat dob. Ha egyenlőt dobnak, akkor Anna nyer, Balázs viszont újra dobhat, ha egyest dob, ha ekkor is egyest, akkor ismét, egészen addig, amíg egyestől különbözőt nem dob. Ez az érték számít az ő dobásának. Kinek nagyobb a nyerési esélye? 14 pont

II. rész (4x16 pont):

Az 5. - 9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania

5. Egy 16.2 m sugarú kör alakú medence köré, melyekben delfinek bemutatóját tartják, három oldalról lelátót építenek, melyek első sorai érintik a medencét és háromszöget határoznak meg. Az egyik támogató 65 m hosszú első sort akar. A másik két lelátó első sorainak hossza 14 m-rel tér el egymástól, mert a támogatók ezt így szabták meg. Mekkora ennek a háromszögnek az oldalai és a szögei? 16 pont

6. Egy matematikus házaspár 10 matematikust hív vendégségbe. Mindannyian megüzenik, hogy mekkora valószínűséggel várhatók, és hogy egymástól függetlenül döntöttek. Mindannyian ugyanazt a valószínűséget adják meg. A háziak megállapítják, hogy 0.5 annak a valószínűsége, hogy mind a tízen eljönnek. Mi a valószínűsége, hogy legalább egy vendég eljön? 16 pont

7. Adott 5 db bot, és azt tapasztaljuk, hogy közülük bármelyik hármat a földre helyezve egy háromszöget tudunk kirakni belőlük. Bizonyítsuk be, hogy a háromszögek között lesz hegyesszögű háromszög! 16 pont

8.a) Az R sugarú gömbbe egyenlő oldalú kúpot írunk. A kúp alaplapjával párhuzamos síkkal messük el a gömböt! Adjuk meg a kúpnak és a gömbnek az ebbe a síkba eső metszeteinek a területét a sík és a gömb középpontja távolságának függvényében. 10 pont

b) A gömbből és a kútból kimetszett körök területének különbsége melyik sík esetén lesz a legnagyobb? Mekkora ez a terület? 6 pont

9. Egy ismerkedési este összegyűlő társaság tagjairól tudjuk, hogy nem választható ki közülük négy ember úgy, hogy az első ismeri a másodikat, a második a harmadikat és a harmadik ismeri a negyediket. Bizonyítsuk be, hogy szét lehet osztani három terembe a társaságot úgy, hogy egy-egy termen belül senki nem ismer senkit. (Az ismeretség kölcsönös.) 16 pont