Emelt szintű érettségi feladatsorok és megoldásaik
Összeállította: Fazakas Tünde; dátum: 2005. november

I. rész

1. feladat

a) Egymillió forint összegű jelzálogkölcsönt veszünk fel 20 évre 15%-os kamatra. Mennyi az évi törlesztőrészlet? (Kamatot mindig csak az aktuális adósság után kell fizetni; kezelési költséget nem számítunk.)

b) Hány éven át kell évi 50000 forintot befizetni, ha az utolsó befizetés utáni év végén 1 millió forinttal akarunk rendelkezni? Az éves kamatláb12%.

(12 pont)

2. feladat

Három városban *A*-ban, *B*-ben és *C*-ben a felnőtt lakosság körében egészségügyi felmérést készítettek. Tudjuk, hogy *A*-ban az átlagos testmagasság 168 *cm*, *B*-ben 166 *cm*, végül *C*-ben 165 *cm*. Az is kiderült, hogy az *A*-beliekre és a *B*-beliekre együttesen kiszámolt átlagos testmagasság 166,5 *cm*, az *A* és a *C* város lakóié együttesen 166, míg *C* és *B* lakóit közösen vizsgálva az átlag 165,6 *cm*-nek mutatkozott. Mekkora a három város lakóinak közösen az átlagos magassága? (Feltételezzük, hogy semelyik két városnak nincsen közös lakója.)

(13 pont)

3. feladat

a) Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben az $f(x)=|x-1|-|x+6|$ függvényt a [-10; 3] zárt intervallumon!

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán! (*p* valós paraméter)

$$|x-1|-|x+6| = p$$

c) Az *m* valós paraméter értékétől függően hány megoldása van a valós számok halmazán az alábbi egyenletnek?

$$|x-1|-|x+6| = mx$$

(13 pont)

4. feladat

Ez a feladat 1893-ból származik.

Egy hajós egy gyorshajón éppen abban a pillanatban látja meg egy kör alakú sziget közepéből kinyúló hegy hófödte csúcsát, midőn a hegy a tengerből kibukkan; ettől fogva a hajósnak 1 nap 12 és fél órára van szüksége, hogy a szigethez érjen; a hajós ismeri hajójának sebességét, amely másodpercenként 1,5 méter; a sziget kerülete 7540 méter; a Földnek félátmérője 6360 *km*.

a) Milyen hosszú hajóút választja el a hajóst a sziget legközelebbi pontjától, amikor megpillantja a hegycsúcsot?

b) Mekkora a 7540 *m* kerületű kör sugara? Mekkora a sziget „sugara”? (A sziget „sugara” a Föld felszínén mérendő. Eltér-e lényegesen a körlap sugarától?)

c) Milyen magas a hegy?

(13 pont)

II. rész

5. feladat

Az ABC hegyesszögű háromszög egy tetszőleges belső P pontján át párhuzamosokat húztunk az oldalakkal. Így három kisebb háromszögre és három négyszögre bontottuk az ABC háromszöget.

a) Adja meg az ABC háromszög kerületét a kisebb háromszögek kerületének függvényében!

b) A kisebb háromszögek területe t_1, t_2, t_3, az ABC háromszög területe T. Igazolja, hogy $\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3} = \sqrt{T}$!

(16 pont)

6. feladat

a) Oldja meg a $\sin x = \cos x$ egyenletet!

b) Tekintsük a $[0; \pi/2]$ intervallumon a $\sin x$ és a $\cos x$ függvények grafikonját! A két grafikon metszéspontjában mindkét grafikonhoz érintőt húztunk. Írja fel a két érintő egyenletét!

c) A $[0; \pi/2]$ intervallumon megrajzoltuk a $\sin x$ és a $\cos x$ függvények grafikonját. Határozza meg a két függvény grafikonja és az y-tengely által határolt görbe oldalú „háromszög” területét!

(16 pont)

7. feladat

A H alaphalmaz az 1000-nél nem nagyobb pozitív egész számok halmaza.

Az alaphalmaz három részhalmaza A, B és C, A a 3-mal, B az 5-tel, végül C a 7-tel osztható számok halmaza.

a) Hány eleme van az A, a B illetve a C halmaznak?

b) Hány elemű az $A \cup B$ halmaz?

c) Hány olyan 1000-nél nem nagyobb pozitív egész szám van, amely 3-hoz, 5-höz és 7-hez is relatív prím?

(16 pont)

8. feladat

A könyvkötő üzemben egy nap 1000 db kötetet kötöttek be, amiből 40 db selejtes volt. A minőségellenőrzésnél véletlenszerűen kiválasztanak 20 darabot az 1000-ből.

a) Hányféle kiválasztás lehetséges?

b) Hány olyan kiválasztás lehetséges, amikor a 20 kiválasztottnak a fele selejtes?

c) Mi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott könyvek közül legalább egynek selejtes a kötése?

d) Jelöljük p_n-nel annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott kötetek között n db selejtes van. Mely n értékre lesz p_n maximális?

(16 pont)

9. feladat

a) Írjon a $\sqrt{3}$ és a $\sqrt{5}$ közé két számot úgy, hogy egy számtani sorozat négy szomszédos tagját kapja!

b) Írjon a $\sqrt{5}$ és a $\sqrt{7}$ közé két számot úgy, hogy egy mértani sorozat négy szomszédos elemét kapja!

c) Mutassa meg, hogy a $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ számok nem lehetnek egy mértani sorozat elemei! (Még úgy sem, ha nem szomszédosak.)

d) Igazolja, hogy nincs olyan számtani sorozat, amelynek a $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ számok mindegyike eleme! (Nem feltétlenül szomszédosak.)

(16 pont)