

Emelt szintű érettségi feladatsor és megoldása
Összeállította: Paróczay József 2005. november

I. rész

1. feladat

Oldjuk meg a következő egyenletrendszert, illetve egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$a) 3^x \cdot 2^y = 576, \quad \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 4$$

$$b) \cos 2x \geq \sin x$$

12 pont

2. feladat

A $H_1; H_2; H_3 \dots H_n$ halmazokból álló sorozat tagjait úgy képezzük, hogy a soron következő halmazba a soron következő n db pozitív páros szám kerül.

$$H = \{2\} \quad H = \{4; 6\} \quad H = \{8; 10; 12\} \dots$$

a) Melyik a H_{40} halmaz legkisebb és legnagyobb eleme?

b) Mennyi a H_{40} halmaz elemeinek összege?

12 pont

3. feladat

Oldja meg grafikusán az $f(x) = g(x)$ egyenletet a valós számok halmazán, ha

$$f(x) = |x^2 - 4x| \quad \text{és}$$

$$g(x) = \begin{cases} 3, & \text{ha } 1 \leq x \leq 3 \\ 6 - |3x - 6|, & \text{ha } x < 1 \text{ vagy } x > 3 \end{cases}$$

13 pont

4. feladat

A 15 évnél idősebb rendszeresen dohányzók százalékos aránya egyes országokban 2000-ben:

ország	nők	férfiak
Horvátország	26,6	34,1
Csehország	17,3	29,7
Nagy Britannia	25	29
Magyarország	30,4	53,1
Románia	10,1	32,3
Dánia	29	32
Portugália	7,9	29,3
Franciaország	21	33
Németország	22,3	34,7

a) Ábrázoljuk az adatokat oszlopdiagramon!

b) Határozzuk meg mindkét nem esetén az átlagot és a szórást!

c) Magyarországon évi 3%-os csökkenést feltételezve, hány év alatt lehetne leszorítani a dohányzók arányát a jelenlegi portugál szintre?

14 pont

II. rész

Az alábbi öt feladat közül tetszés szerint választott négyet kell csak megoldani.

5. feladat

Adja meg a $(p^2 - 1)x^2 + (1 - p)x + p - 1 = 0$ egyenlet megoldásainak számát a p paraméter függvényében!

16 pont

6. feladat

Egy csúcsával lefelé fordított egyenlő oldalú kúpba egy r sugarú gömböt teszünk. Addig töltjük meg a kúpot vízzel, hogy a gömböt éppen ellepje. Mekkora lesz a víz magassága, ha a gömböt kivesszük?

16 pont

7. feladat

a) A „70-ből 7-et” elnevezésű lottójátékban hány db szelvényt kell kitölteni ahhoz, hogy biztosan legyen egy telitalálatos (7 találatos) szelvényünk.

b) Ha minden lehetséges módon kitöltjük a szelvényeket, akkor hány db 6 találatosunk lesz?

c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy db szelvényel 5 találatosunk lesz?

16 pont

8. feladat

Két urnában összesen 257 golyó van, pirosak, sárgák, zöldek és feketék. Tudjuk, hogy nincs közöttük 5 azonos színű és különböző méretű golyó.

Mutassa meg, hogy valamelyik urnában van legalább 9 azonos színű és méretű golyó!

16 pont

9. feladat

Az egymástól 600 m távolságra levő A és B pontok között csővezetékét kell fektetni, amely közben valahol elágazik C pont felé. A C pont az AB szakasz egyenesétől 300 m-re, A ponttól 500 m-re van. A csővezeték az elágazásig olyan csőből készül, amelynek ára folyóméterenként 90 Ft. Az elágazástól B -ig 60 Ft/m-es, C -ig 50 Ft/m-es csövet fektetnek. Hol létesítsük az elágazást, hogy a fektetendő vezeték ára a legkisebb legyen?

16 pont