

Középszintű érettségi feladatsorok és megoldásaik
Összeállította: Graskó András

1. feladatsor (Tanulói példány)

I. rész

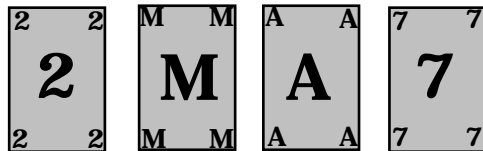
1. Egy gyümölcsjoghurt árát egy akció során 20%-kal csökkentették, így 100 Ft-ért adták. Mi volt a joghurt eredeti ára?

Az eredeti ár (Ft-ban):		2 pont	
-------------------------	--	--------	--

2. Két egymáshoz kapcsolt fogaskerék közül a nagyobbiknak 294 foga van, a kisebbiknek 216. Hányszor kell körbefordulnia a nagyobbik fogaskeréknek ahhoz, hogy újra mindkét fogaskerék a kiindulási helyzetbe kerüljön? Adja meg a legkisebb megoldást!

A keresett érték:		2 pont	
-------------------	--	--------	--

3. Négy kártya van az asztalra téve, mindegyik kártya egyik oldalán egy szám, a másik oldalán egy betű van. Ez látható az asztalon:



Valaki ezt állítja:

Minden páros szám túloldalán magánhangzó van.

Mely kártyákat kell megfordítani ahhoz, hogy ellenőrizzük az állítás helyességét? Adja meg a helyes válasz betűjelét! (Csak az egyik válasz helyes!)

A) mind a négy kártyát

B) csak a 2-est

C) csak a 2-est és az A-t

D) a 2-est és az M-et

E) 2-est, az M-et és az A-t

A helyes válasz betűjele:		2 pont	
---------------------------	--	--------	--

4. Egy jutalmat akkor nyerhetünk el, ha két egyformát dobunk. Választhatunk, hogy két kockával dobunk – és akkor nyerünk, ha két egyforma szám „jön ki” -, vagy két pénzérmével dobunk – és akkor nyerünk, ha mindkettő fej, vagy mindkettő írás. Melyiket érdemes választani? Válaszát indokolja!

Ezzel érdemes dobni:		4 pont	
----------------------	--	--------	--

A megoldás menete:

5. Kocka éle 10cm. Mekkora a kocka köré írt gömb sugara?

A sugár cm-ben:		3 pont	
-----------------	--	--------	--

A megoldás menete:

6. Sík vidéken egy ember 500 méter távolságból távcsövön keresztül nézi egy torony tetejét. Az ember szemmagassága 184 cm, a távcső a vízszinteshez képest 10° -kal felfelé áll. Milyen magas a torony?

A torony magassága m-ben:		3 pont	
---------------------------	--	--------	--

A megoldás menete:

7. a) Határozza meg x értékét, ha $\log_2 x = 12$.

x értéke:		2 pont	
-------------	--	--------	--

b) Mivel egyenlő $\log_8 x$? (x értékét lásd az előző feladatrészben)

A kért szám:		2 pont	
--------------	--	--------	--

8. a) Határozza meg az $a_n = (-1)^n \cdot n$ sorozat első 10 elemének összegét!

A kért összeg: 2 pont

A megoldás menete:

b) Válassza ki, hogy az alábbi számok közül melyik eleme az a_n sorozatnak! (Csak az egyik válasz helyes!)

99; 1/2; 100; -100

A kért szám:		2 pont	
--------------	--	--------	--

9. Határozza meg az $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ egyenletű kör sugarának pontos értékét!

A kör sugara (a koordináta-rendszer egységében):		2 pont	
--	--	--------	--

A megoldás menete:

10. Bergengóciában az autók rendszáma 6 jeltől áll, amelyből az első kettő betű, az utolsó négy számjegy (a négyből az első helyen is állhat 0).

a) Összesen hányféle rendszám lehet Bergengóciában, ha tudjuk, hogy 20-féle betűt és 10-féle számjegyet használnak?

A kért érték:		2 pont	
---------------	--	--------	--

b) Ebből hányban van csupa különböző jel?

A kért érték:		2 pont	
---------------	--	--------	--

II./A rész (Tanulói példány)**11. feladat**

Adjon tanácsot! Jóskaék 450 000 Ft-ot örököltek. Egy részét egy évre le akarják kötni az OTP Rt-nél 25%-os kamatra, másik részéért letéti jegyet akarnak venni az MHB-nál 33%-os kamattal.

Hogyan osszák meg a pénzt az OTP Rt és az MHB között, hogy pénzüik épp 31%-ot kamatozzon?
(12 pont)

12. feladat

Egy urnában 10 golyó van, amelyekre az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számok vannak felírva, mindegyik golyón egy szám. Az urnából egymás után háromszor húzunk egy-egy golyót, leolvassuk a számot, és a golyót minden húzás után visszatesszük. Mennyi az esélye, hogy a kapott három szám szorzata összetett szám lesz?
(12 pont)

13. feladat

Ha valamely mennyiséget többször is megmérünk, akkor előfordulhat, hogy különböző eredményeket kapunk. Gauss azt állította, hogy az a legvalószínűbb, hogy a mérésnél elkövetett hibák négyzeteinek összege minimális.

Ha a mérési eredmények a_1, a_2, \dots, a_n , a valószínű érték x , akkor a hibák $x - a_1, x - a_2, \dots, x - a_n$. Gauss szerint x -nek azt az értéket érdemes tulajdonítani, amelyre a hibanégyzetek

$$(x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2$$

összege minimális.

Egy tárgy tömegét négyszer is megmértük, eredményül kg-ban mérve az alábbi értékeket kaptuk:

$$2,11; \quad 2,23; \quad 2,20; \quad 2,10.$$

Gauss elve alapján mekkora tömegű a vizsgált tárgy?
(12 pont)

II./B rész (Tanulói példány)

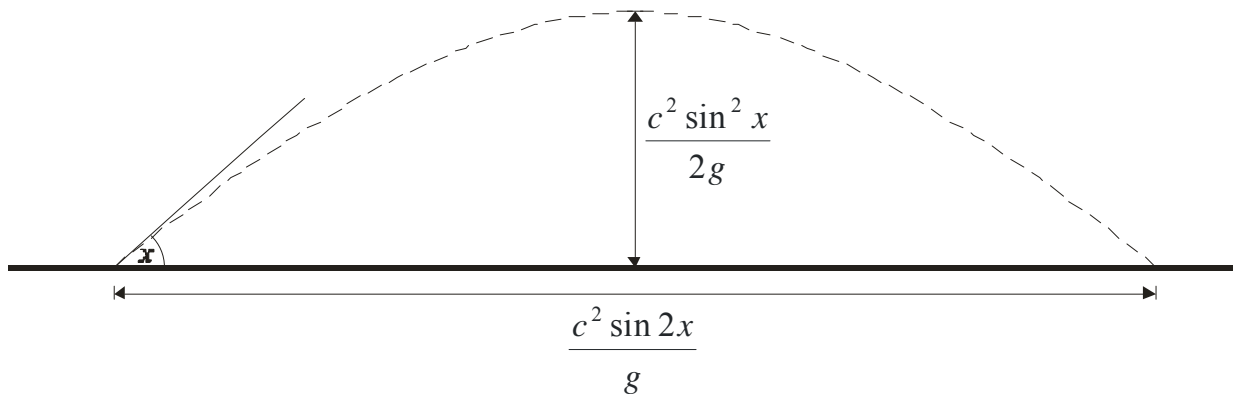
A 14 - 16. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania.

14. feladat

Ismeretes, hogy ha a vízszintes irányhoz képest x fokos szög alatt c kezdősebességgel elhajítunk egy követ, akkor a kő $\frac{c^2 \sin^2 x}{2g}$ magasságra emelkedik, és vízszintes irányban $\frac{c^2 \sin 2x}{g}$ távolságra jut el (eltekintünk a légellenállástól és a hajítást a föld felszínéről végezzük el), ahol g a nehézségi gyorsulás (tekintsük $9,80 \text{ m/s}^2$ -nak).

Milyen szög alatt hajítsuk el a követ, hogy

- a legmagasabbra emelkedjék?
- a legtávolabbra jusson el?



c) legmagasabban $7,5\text{m}$ -re legyen a földfelszíntől és a hajítás helyétől $51,96\text{m}$ -re repüljön? Mekkora kezdősebességet kell adnunk neki? (Felhasználható a $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ azonosság.) (17 pont)

15. feladat

Tekintsük a Descartes koordináta-rendszer $A(20;6)$, $B(24;-6)$ pontjait. Adjuk meg a sík összes olyan

- négyzete;
 - szabályos háromszöge további csúcsainak koordinátáit, amelyben A és B is csúcsok, mégpedig szomszédosak.
- (17 pont)

16. feladat

Adott egy 10 cm oldalú (tömör) N négyzetlap. Jelölje D azon pontok mértani helyét a síkban, amelyek legfeljebb 2 cm -re vannak N -től (tehát $N \subset D$)!

- Ábrázolja a D halmazt!
 - Határozza meg D területét!
 - Legyen E az N pontjaitól legfeljebb 2 cm távolságra levő pontok halmaza a térben. Határozza meg E térfogatát!
 - Adott egy 10 cm oldalú K tömör kocka. Jelölje F azon pontok mértani helyét a térben, amelyek legfeljebb 2 cm -re vannak K -től (tehát $K \subset F$). Határozza meg F térfogatát!
- (17 pont)