Középszintű érettségi feladatsorok és megoldásaik
Összeállította: Fazakas Tünde; dátum: 2005. november

I. rész

1. feladat

Egy osztály tanulói a következő osztályzatokat kapták matematikából év végén: tízen ötöst, hatan négyest, kilencen hármast, heten kettest, s egy tanuló elégtelent. Számolja ki a diákok matematika jegyeinek átlagát két tizedesjegy pontossággal!

(2 pont)

2. feladat

Határozza meg az összes olyan kör egyenletét, amely érinti a koordinátatengelyeket, s sugara 5 egység!

(3 pont)

3. feladat

Számolja ki az alábbi kifejezések pontos értékét!

a) $\sin\left(\frac{3\cdot 2^{1000}+1}{3}\cdot\pi\right)=$ b) $\log_{10}\left(10^{2006}\right)=$

(2 pont)

4. feladat

Öt tanuló: Ági, Béla, Ede, Gabi és Feri két koncertjegyet nyert. Az öt nevet egy-egy cetlin bedobják egy kalapba, és kihúznak belőle kettőt visszatevés nélkül. Mi a valószínűsége, hogy Ági és Béla kapja a két jegyet?

(3 pont)

5. feladat

Két üzletben ugyanolyan nadrágot árulnak. Az egyik boltban 12000 forintért, a másikban 25%-kal drágábban. Mivel a második boltban nem fogyott a nadrág, ezért 50%-kal leárazták. Hány százalékkal kell az első boltban leszállítani a nadrág árát, ha ugyanannyiért akarják adni, mint a másik üzletben?

(3 pont)

6. feladat

Az $A = 3\cdot5\cdot11$ vagy a $B = 2^2\cdot3\cdot7$ számnak van több (pozitív) osztója? Mennyivel?

(3 pont)

7. feladat

Az alábbi egyenletek mindegyikéről döntse el, hogy azonosság-e!

a) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ b) $\log_{10}^2 x = 2\cdot\log_{10} x$ c) $\sqrt{1-\sin^2 x}=\cos x$

(3 pont)

8. feladat

Egy 165 *cm* hosszú, 120 *cm* széles fürdőszoba padlóját négyzet alakú járólapokkal akarjuk burkolni. A lapok be kell fedjék az egész aljzatot. Legfeljebb hány *cm* lehet a járólap éle? (Az él hossza centiméterben mérve egész.)

(3 pont)

9. feladat

Reggel nyolc órakor két vírus támadott meg két számítógépet. A vírusok minden tizedik percben három, még nem fertőzött gépet támadnak meg. Melyik időpontban támad meg a vírus éppen 118098 gépet?

(4 pont)

10. feladat

Egy szabályos tetraéder térfogata egy kocka térfogatának kilencszerese. Hogyan aránylik egymáshoz a tetraéder és a kocka élhossza? Pontos értéket számoljon!

(4 pont)

II./A rész

11. feladat

Év elején egy osztály tanulóinak testmagasságáról (*cm*-ben mérve), testsúlyáról (*kg*-ban) és tömött vagy lyukas fogainak számáról készült az alábbi táblázat. A tanulók nevét sorszámmal helyettesítettük.

Sorszám	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
Magasság	162	178	185	166	201	170	166	173	175	179	166
Testsúly	50	61	75	53	85	91	50	58	58	63	51
Hibás fogak száma	0	3	4	7	4	5	2	10	0	1	4

Sorszám	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.
Magasság	169	178	183	176	166	170	172	183	179	189	166
Testsúly	54	55	63	81	49	57	90	92	73	75	52
Hibás fogak száma	6	4	3	1	5	8	4	9	11	2	4

a) Mennyi a tanulók testsúlyának mediánja?

b) Határozza meg a hibás fogak számának móduszát!

c) Év közben az egyik tanuló az iskolából kiiratkozott. Az osztály tanulói testmagasságának az átlaga így megnőtt. Milyen magas lehetett az eltávozott tanuló?

(12 pont)

12. feladat

Kirándulás közben egy forrásnál megpihentünk. A forrástól a turistaház 4 *km*-re, a város 6 *km*-re fekszik. Csapatunk gyalogosan 2 *km*-t tesz meg óránként.

a) Mennyi idő alatt érünk gyalogosan a forrástól a turistaházba, illetve a forrástól a városba?

b) Milyen messze van a város a turistaháztól, ha gyalogosan a forrástól a városig 2 órával rövidebb az út, mint a forrástól a turistaházat érintve a városig?

c) A turistaháztól a városig kisvonat szállítja az utasokat, pályája 8 *km* hosszú. A vonat 10 *km/h*-s sebességgel közlekedik, de csak óránként egyszer jár: a turistaháztól mindig félkor indul. A lehető legrövidebb idő alatt szeretnénk a forrástól indulva a városba érni. Vegyük figyelembe, hogy a csoportnak egy percbe telik a felszállás végrehajtása.

Melyik utat válasszuk: menjünk gyalog a városba, vagy gyalog a turistaházig, onnan pedig a kisvonattal a városba? Hogyan függ a válasz az indulás idejétől? Válaszát a 4 óra és 5 óra közti időintervallumban percre lebontva adja meg!

(12 pont)

13. feladat

a) Oldja meg az $x+2y=1-z$ egyenletet (*x*, *y* és *z* nem negatív egészek)!

b) Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\frac{2}{x+4}-\frac{3}{y-1}=5 \text{ és } \frac{5}{x+4}-12{,}5=\frac{7{,}5}{y-1}$$

(12 pont)

II./B rész

A 14 - 16. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania.

14. feladat

Egy kerékpáros *A* helyről észak felé indul el, s 48 *km* megtétele után *B*-be érkezik. Innen nyugat fele folytatja útját. 20 *km* megtétele után *C*–be érkezik, ahol a menetiránytól balra tér el, és a *C*-től 107,7 km-re fekvő *D* helyre ér. $BCD\angle = 138°52'$.

a) Készítsen ábrát a négy helység (*A*, *B*, *C* és *D*) elhelyezkedéséről!

b) Az adott helységek közül bármely kettő távolságát légvonalban szeretnénk tudni. Hány adat ez? (Az adatok között esetleg lehetnek egyenlők is.)

c) Határozza meg *A* és *C* helységek távolságát légvonalban!

d) Határozza meg *A* és *D* helységek légvonalban mért távolságát!

(17 pont)

15. feladat

A *H* alaphalmaz elemei a 40-nél nem nagyobb pozitív egész számok. Az *A* halmaz az alaphalmaz 3-mal, a *B* a néggyel osztható elemeinek halmaza.

a) Készítsen Venn-diagrammot az alaphalmazról, az *A* és a *B* halmazról! Az ábrán mindegyik részhalmazba írjon be legalább egy elemet!

b) Adja meg az $A \cap B$ halmaz elemeinek legnagyobb közös osztóját!

c) Hány elemű az $A \cup B$ halmaz?

d) Az alaphalmaz elemei közül véletlenszerűen egyet választunk. Mi a valószínűsége, hogy a kiválasztott elem az $A \cup B$ halmaz komplementerébe tartozik?

e) Az alaphalmaznak hány olyan eleme van, amely a 12-höz relatív prím?

(17 pont)

16. feladat

a) Oldja meg a sin x = 0,5 egyenletet a valós számok halmazán!

b) Oldja meg a $\log_{0,5} x \geq -2$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

c) Hány megoldása van a tg*x* = 1 egyenletnek a [0, 10] intervallumon?

d) Oldja meg a valós számok halmazán a $4 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+1} = 10$ egyenletet!

(17 pont)