

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematikai Emlékverseny XLVI. esztendő
2007-2008. tanév

11. évfolyam

I. forduló

1. Lehet-e egyenlő

$$1+2^n + 2^{2n} + 3^{2n} + \dots + n^{2n} = 1$$

összeg 2007-tel? (ahol n természetes szám)

2. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós rendezett számhármassok halmazán!

$$\sin x - \sqrt[5]{y} + z^2 = 3$$

$$2 \sin x + \sqrt[5]{y} - z^2 = 0$$

$$3 \sin x + 2 \sqrt[5]{y} + 3z^2 = 0$$

3. Egy négyzet alakú szobában állva tudjuk, hogy három sarok tőlünk mért távolsága egymást követve, ebben a sorrendben 2 m, 3 m illetve 4 m. Mekkora a szoba alapterülete?

4. Oldja meg a következő egyenletet a valós rendezett számpárok halmazán:

$$2^{x+y} + 196^x - 6 = \sqrt[2]{2^{y+1} 7^x - 49^x - 2^{2y}} !$$

5. 36 ember egy 6x6-os négyzet alakú alakzatba rendeződik (6 darab 6 fős oszlop egymás mellett). Mindegyikük az egyik szomszédos (azonos sorban, vagy oszlopban „mellette” álló) emberrel párt alkotva megfogják egymás kezét. Bizonyítsa be, hogy bárhogyan is alakítanak párokat, mindig el lehet menni közöttük a négyzet oldalával párhuzamos egyenes mentén (sorok, vagy oszlopok között)!

6. Legyen O az ABC háromszög köré írt körének középpontja. Az AO , BO és CO egyenesek szemközti oldalakkal való metszéspontjai legyenek rendre A' , B' és C' . Igazolja, hogy ha $OA' = OB' = OC' = 1$, akkor $OA = 2$!

Az állítások indoklásáról ne feledkezzünk meg!