M/7

Varga Tamás Matematika Verseny 7. osztályos feladatok megoldásai

megyei forduló 2002.

I. kategória

1. feladat

Három gyerek osztozott egy bizonyos összegen. Az első1000 Ft-ot és a maradék 1/8 részét kapta. Az ez utáni maradékból a második és a harmadik gyerek egyenlő mértékben kapott. Ekkor örömmel vették tudomásul, hogy mindegyiküknek ugyanannyi pénz jutott.
Mennyi pénzen osztoztak, és mennyit kapott egy-egy gyerek?

Megoldás

Ha X Ft-on osztoztak, akkor az első

$$1000 + \frac{X - 1000}{8} \text{ Ft-ot kapott.}$$ **2 pont**

Ennek háromszorosa X Ft, azaz

$$3000 + \frac{3X - 3000}{8} = X$$ **2 pont**

Ebből X = 4200 Ft, **1 pont**
amin osztozkodtak, és 1400 Ft jutott mindegyiknek. **2 pont**
Könnyen ellenőrizhető, hogy ez valóban megoldás **1 pont**
Összesen: 8 pont

2. feladat

Tekintsük az A = 0,012345678910111213…. 997998999 számot! (A tizedes vessző utáni 0-tól sorba írtuk a természetes számokat 999-ig.) Mi lesz ennek a számnak a 2002-edik számjegye?

Megoldás

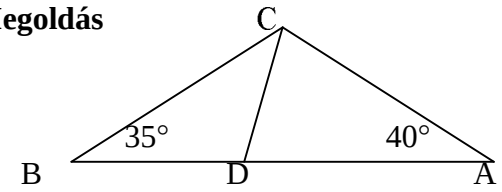
Egyjegyűként 10 számot írtunk le,
kétjegyűként összesen 180 számot **2 pont**

2002 – 190 = 1812 = 3 • 604, **3 pont**
miatt a 604. háromjegyű szám harmadik jegyét kell megkeresnünk. **3 pont**
A 604. háromjegyű a 703, így a
keresett szám a 3. **2 pont**
összesen: 10 pont

3. feladat

Az ABC háromszögben az A csúcsnál levő szög 40°-os, a B csúcsnál levő pedig 35°-os. Mérjük fel az A – ból az AC oldalt az AB oldalra, az így felmért szakasz másik végpontja a D. Mekkora a BD szakasz, ha CD = 3 cm?

Megoldás



Az ACD háromszög egyenlő szárú, tehát alapjain 70°-os szögek vannak. **5 pont**

A BCD ∠ így 35°-os **4 pont**
(külső szög tétel)

Tehát CD = BD = 3 cm. **3 pont**

Összesen: 12 pont

4. feladat

Tizen 35 feladatot állítottak össze úgy, hogy vannak közöttük olyanok, akik pontosan egy, pontosan kettő, illetve pontosan három feladatot hoztak.
Igazoljuk, hogy a tíz ember között van olyan, aki legalább öt feladatot hozott!

Megoldás

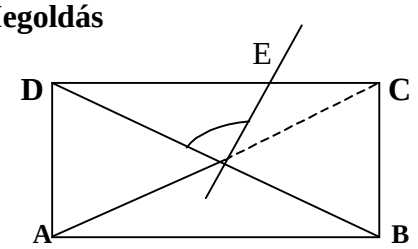
Indirekt:
Ha mindenki legfeljebb 4 feladatot hozott,
akkor legfeljebb 40 feladat jött volna össze. **6 pont**
De voltak akik csak egy, csak kettő, illetve csak három feladatot hoztak, így a 40-nél
3 + 2 + 1 = 6-tal kevesebbnél, azaz
34-nél több feladat nem lehetett. **4 pont**
Ez a feltételnek (35 feladat volt) ellentmond,
Van tehát aki legalább 5 feladatot hozott. **4 pont**

Összesen: 14 pont

5. feladat

Egy téglalap egyik átlójának felezőmerőlegese a téglalap hosszabb oldalából a rövidebb oldallal egyenlő hosszúságú szakaszt metsz le.
Mekkora a téglalap két átlója által bezárt szög?

Megoldás



Messe a felező merőleges a hosszabbik (DC) oldalt az E pontban.

Két esettel lehet dolgunk: **2 pont**

1. eset: ED = BC = AD.
Mivel az E felezőmerőlegesnek pontja, így
(*) ED = BE. **3 pont**

Ám a BCE derékszögű háromszögben az EB átfogó nagyobb mint a BC befogó, **4 pont**
Ez esetben tehát ellentmondásra jutottunk.

2. eset: EC = BC = AD,
így a BCE háromszög egyenlőszárú derékszögű, tehát
(* *) BEC ∠ = 45°. **2 pont**

A BED háromszög egyenlőszárú (*) miatt,
és külső szöge az E-ben (* *) szerint 45° **3 pont**
A téglalap átlói egyenlők és felezik egymást az O pontban,
Ezért BOC ∠ = 45°. **2 pont**

Összesen: 16 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 60 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – továbbküldési ponthatára **30 pont (50%).**

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2002. január

A versenybizottság