M/7

Varga Tamás Matematika Verseny 7. osztályos feladatok megoldásai

megyei forduló 2002.

II. kategória

1. feladat

Ha egy számot 5-tel osztunk, akkor a maradék 3. Ha ugyanezt a számot 3–mal osztjuk, akkor a maradék 1. Az 5-tel való osztáskor a hányados 6-tal kisebb, mint a 3-mal való osztáskor. Melyik ez a természetes szám?

Megoldás:

Jelölje X a hárommal való osztás eredményét.

Így $5(X - 6) + 3 = 3X + 1$ **3 pont**

Amiből $X = 14$ adódik

Vagyis a szám a 43. **3 pont**

Könnyen ellenőrizhető, hogy ez valóban megoldás. **2 pont**

Összesen: 8 pont

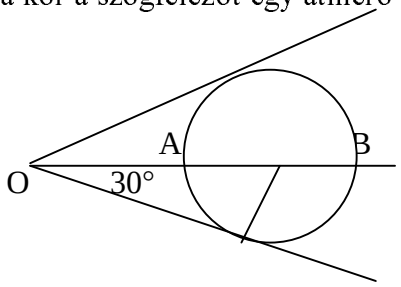
2. feladat

egy 3,5 cm sugarú kör érinti egy 60°-os szög mindkét szárát. Ez a kör a 60°-os szög szögfelezőjét két pontban metszi. Mekkora távolságra vannak ezek a pontok a szög csúcsától?

Megoldás

A szög szárait érintő kör közepe a szög szögfelezőjén van. **2 pont**

Így a kör a szögfelezőt egy átmérő két végpontjában metszi. **2 pont**



A 30°-os derékszögű háromszögről tudott, hogy a szöggel szemközti befogó az átfogó fele, **2 pont**

OK = 7 cm, tehát

OA = 7 – 3,5 = 3,5 cm **2 pont**

OB = 7 + 3,5 = 10,5 cm **2 pont**

Összesen: 10 pont

3. feladat

egy 13 gyöngyből álló gyöngysor középső szeme a legnagyobb és a legértékesebb. Az egyik vége felé a szemek értéke szemről szemre 200 Ft-tal, míg a másikvége felé 300 Ft-tal csökken. Mennyit ér a középső szem, ha az egész gyöngysor ára 17-szer annyi, mint a középső szemtől számított ötödik szem ára a kevésbé értékes oldalon?

Megoldás

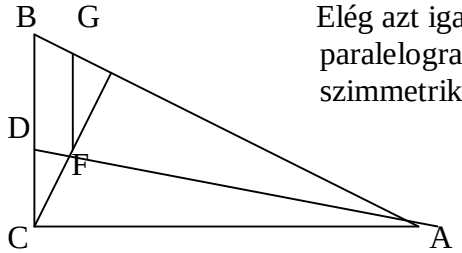
Ha a legértékesebb gyöngy ára X Ft, akkor a gyöngysor értéke:
X + (X – 200) + (X – 400) + (X – 600) + (X – 800) + (X –1000) + (X – 1200) +
(X – 300) 3 (X – 600) + (X – 900) + (X – 1200) + (X – 1500) + (X – 1800) =
13 X – 10500 **4 pont**
a feltétel szerint a kevésbé értékes oldali 5. szem
X – 1500 Ft, **2 pont**
tehát
17 (X – 1500) = 13 X – 10500, **2 pont**
amiből
X = 3750 Ft **2 pont**
Könnyen ellenőrizhető, hogy ez valóban megoldás. **2 pont**

Összesen: 12 pont

4. feladat

A C csúcsban derékszögű ABC háromszög A csúcsnál levő szögének szögfelezője a BC befogót D-ben, a C-ből induló magasságot F-ben metszi. Az F ponton átmenő, CB - vel párhuzamos egyenes az AB átfogót G-ben metszi.
Igazoljuk, hogy a CFGD négyszög rombusz!

Megoldás



Elég azt igazolni, hogy a CDGF négyszög paralelogramma és **1 pont**
szimmetrikus az FD átlójára **1 pont**

Ha a C-ből induló magasságot az AD szögfelezőre tükrözzük, úgy az F-re illeszkedő, az AB szár tükörképére (az AC-re) merőlegest kapunk, ami **4 pont**
párhuzamos BC-vel, azaz FG ⏐⏐ CD. **2 pont**
A CDGF négyszög tehát trapéz, de az FD-re való szimmetria miatt deltoid is, vagyis szemközti szögei egyenlők, tehát paralelogramma is,
ezért rombusz is **6 pont**

összesen: 14 pont

5. feladat
A bíróságon András, Béla és Csaba ugyanazokra a kérdésekre válaszoltak, s mindegyikre igennel vagy nemmel. Azokra a kérdésekre, amelyekre Béla és Csaba igennel válaszolt, András is igent mondott.
Amelyekre András igent mondott, azokra Béla is, és amelyekre Béla igent mondott, azokra igent mondott András és Béla közül legalább az egyik is.
Bizonyítsuk be, hogy András és Béla minden kérdésre ugyanazt válaszolta!

Megoldás

Ha lenne olyan kérdés, amelyre András és Béla különböző választ adtak volna, akkor András **nem**-et kellett mondjon, különben	**3 pont**
András **igen**-jére a feltétel miatt Béla is igent mondott volna.	**2 pont**
Így az András **nem** és Béla **igen** válasza miatt András és Csaba közül Csaba **igent** kellett mondjon.	**5 pont**
Béla és Csaba **igenje** miatt András is ezt mondta ami ellentmond indirekt feltevésünknek,	**3 pont**
ezért ennek ellenkezője igaz.	**3 pont**
összesen:	**16 pont**

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 60 pont.*

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több, mint heti 4 óra – továbbküldési ponthatára **36 pont (60%).**

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2002. január

A versenybizottság