M/7

Varga Tamás Matematika Verseny 7. osztályos feladatok megoldásai
iskolai forduló 2001.

1. feladat

Ha egy diák elköltöi először a pénze $\frac{3}{5}$-ét, majd a maradék $\frac{1}{4}$-ét, akkor 1650 Ft-tal kevesebb pénze marad, mintha az eredeti összeg $\frac{1}{5}$-ét költötte volna el.

Mennyi pénze volt eredetileg a diáknak?

Megoldás:

Először pénze $\frac{2}{5}$-ének a $\frac{3}{4}$-e marad meg, ami $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$-nyi 2 pont

Másodjára marad $\frac{4}{5}$-nyi, ami $\frac{8}{10}$. 2 pont

a különbség $\frac{5}{10}=1650$ Ft, 2 pont

Így eredetileg a diáknak 3300 Ft-ja volt. 2 pont

Összesen: 8 pont

2. feladat

Hány olyan 4-gyel osztható ötjegyű természetes szám van, amelyek az 1, 2, 3, 4, és 5 számjegyek mindegyikét pontosan egyszer tartalmazza?

Megoldás:

24 kívánt tulajdonságú ötjegyű szám van. 2 pont

Ugyanis a két utolsó jegy csak a 12, 24, 32 vagy 52 valamelyike lehet. 4 pont

Valamennyi esetben a hiányzó 3 számjegy az első három helyre $3\cdot 2\cdot 1=6$ féleképpen kerülhet. 4 pont

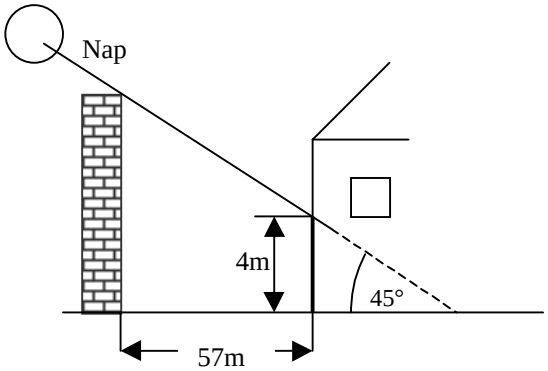
Összesen: 10 pont

3. feladat

Milyen magas az a torony, amelynek árnyéka a torony talpától 57 méter távolságra levő tűzfalra 4 méteres árnyékot vet, ha tudjuk, hogy a Nap sugarai ekkor a vízszintes talajjal 45 fokos szöget alkotnak?

Megoldás:

61 méter magas a torony. 2 pont



jó rajz 2 pont

Egy olyan 4 méter befogójú derékszögű háromszög keletkezik, amelynek egyik szöge $45°$, így a másik hegyesszög is $45°$, tehát a befogók 4 m hosszúak 4 pont

Tűzfal nélkül tehát az árnyék 61 méter hosszú, és ezért amint az előbb láttuk, a torony és árnyéka adta derékszögű háromszög egyenlő szárú. 4 pont

Összesen: 12 pont

4. feladat

Egy dobozban piros, kék és fehér színű golyók vannak. Bekötött szemmel, egyesével vesszük ki a dobozból a golyókat. Ahhoz, hogy biztosan legyen piros golyónk a kihúzottak között, 9 golyót kell kivennünk, hogy biztosan legyen kék, 10 golyót és hogy biztosan legyen a kihúzott golyók között fehér, 8 golyót kell kivennünk a dobozból.

Hány fehér golyó van a dobozban?

Megoldás:

5 fehér golyónk van. 2 pont

Jelölje rendre p, k, f a piros, a kék, a fehér golyók számát.

Az összes kék és fehér golyót ki kell vegyük, hogy biztosan piros legyen a következő húzás, azaz

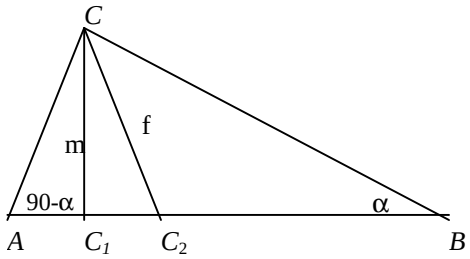
	$k+f+1=9$	3 pont
Hasonlóan kapjuk:	$p+f+1=10$	2 pont
és	$p+k+1=8$	2 pont
e három összegéből:	$2(p+k+f)=9+10+8-3=24$	
azaz	$p+k+f=12.$	3 pont
Mivel	$p+k=7$, így $f=5$, és ez valóban megoldás ($p=4$; $k=3$ mellett).	2 pont

Összesen: 14 pont

5. feladat

Igazoljuk, hogy bármely derékszögű háromszögben a derékszög szögfelezője és az átfogóhoz tartozó magasság $45°$-kal kisebb szöget zár be, mint a háromszög egyik hegyesszöge!

Megoldás:



Az ábra jelöléseivel (*C*-nél van a derékszög):

$C_2CB\angle = 45°$,

tehát a BCC_2 háromszögben

$C_2\angle = 135° - \alpha$ 4 pont

Így a C_1CC_2 háromszögben - ha létezik (!)

$CC_2C_1\angle = 45° + \alpha$, és lévén C_1 -nél derékszög,

a $C_1CC_2\angle = 45° - \alpha$ 4 pont

és ez éppen $45°$-kal kisebb, mint $CAB\angle$ 2 pont

Ha a C_1CC_2 háromszög nem létezik, mert $C_1 \equiv C_2$, akkor $CAB\angle = ABC\angle = 45°$

És ez éppen 45°-kal nagyobb, mint a $C_1CC_2\angle$=0°. 6 pont

Összesen: 16 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 60 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – továbbjutási ponthatára **30 pont (50%).**

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több, mint heti 4 óra – továbbjutási ponthatára **36 pont (60%).**

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2001. november

A Versenybizottság