Oktatási Minisztérium
Fejér Megyei Pedagógiai Szolgáltató Intézet

M/8

Varga Tamás Matematika Verseny 8. osztályos feladatok megoldásai

megyei forduló 2002.

I. kategória

1. feladat

Egy tehervonat állandó sebességgel 15 másodperc alatt haladt el egy távíró oszlop mellett, majd teljes hosszával 45 másodperc alatt ment át egy 540 m hosszú alagúton. Hány méter hosszú a vonat, és mekkora a sebessége?

Megoldás

Ha a vonat sebessége v m/s, akkor a vonat hossza 15v méter **1 pont**
45 s alatt 45v m-t tett meg, ami saját hosszának és az 540 m hosszú alagútnak az együttes hossza, azaz

$45v = 15v + 540$ **2 pont**

amiből $v = 18$ m/s **2 pont**
és a vonat hossza

$15 \bullet 18 = 270$ méter. **2 pont**

Könnyen ellenőrizhető, hogy ez megoldás **1 pont**

Összesen: 8 pont

2. feladat

Egy háromszög belső szögeinek fokokban mért mérőszámai egészek. Egyik szöge háromjegyű, a másik két szög mérőszámát úgy kapjuk ebből, hogy elhagyjuk a középső, illetve az utolsó számjegyet. Mekkorák a háromszög szögei ?

Megoldás

Ha $\overline{abc}$ a háromjegyű mérőszám, úgy

$a = 1$ **1 pont**

A feltétel szerint $180 = 100 + 10b + c + 10 + b + 10 + c = 120 + 11b + 2c$ **3 pont**

Azaz $60 = 11b + 2c$

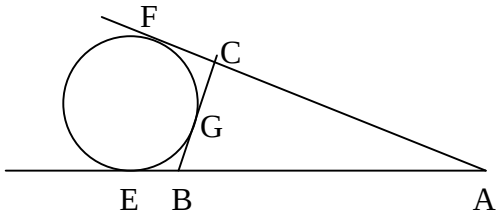
Mivel b páros kell, hogy legyen és legalább 4, **3 pont**
de 6-nál kisebb, így
$a = 1$, $b = 4$ és $c = 8$.

A háromszög szögei: 148°, 14°, 18°. **2 pont**

Összesen: 10 pont

3. feladat

Az ABC háromszögben AB = 6 cm, BC = 5 cm és AC = 7 cm.
A háromszög 5 cm-es oldalát kívülről,
és a másik két oldal meghosszabbítását
érintő kör az AB illetve AC egyeneseket
az E illetve az F pontokban érinti.
Mekkora az AE és az AF szakasz hossza?



Megoldás

A külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlők, így az ábra jelöléseivel

BE = BG és	**2 pont**
CF = CG, továbbá	**2 pont**
AE =AF	**2 pont**
Ezek szerint AE + AF = AB + BE + AC + CF = AB + BC + AC,	**4 pont**
Tehát AE = AF = fél kerület	**2 pont**
Összesen:	**12 pont**

4. feladat

Határozzuk meg az összes olyan x ; y prímeket, amelyekre az x•y – 1 és az x•y +1 is prím!

Megoldás

x és y közül legalább az egyik páros, különben x•y – 1 és x•y +1 két páros prím lenne.	**3 pont**
Nincs kitüntetett szerep, legyen tehát x = 2.	**2 pont**
A 2•y – 1 és a 2•y +1 a 2•y – nal együtt három egymást követő egész szám, van tehát közöttük 3-nak többszöröse	**3 pont**
Ha ez a 2•y – 1, akkor prímsége miatt csak az y = 2 lehet, ami meg is felel, mert az x = y =2 mellett a 2•2 – 1 és a 2•2 +1 mind prímek	**2 pont**
Ha a 2•y a 3 többszöröse, akkor y = 3 kell hogy legyen, és ez meg is felel: x = 2, y = 3, x•y – 1 = 5, x•y +1 = 7.	**2 pont**
A 2•y + 1 nem lehet 3 többszöröse, mert prím csak az y = 1 esetén lehetne, de ez utóbbi nem prím.	**2 pont**
összesen:	**14 pont**

5. feladat

Adott az A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9 szabályos sokszög. Hány olyan szabályos háromszög van a kilencszög síkjában, amelynek legalább két csúcsa a kilencszög csúcsai közül való?

Megoldás

Két csúcsot a 9 pont közül $\frac{9 \bullet 8}{2} = 36$ féleképpen választhatunk,

és ezek mindegyikéhez 2 szabályos háromszög tartozik. **8 pont**

Viszont az $A_1A_4A_7$, $A_2A_5A_8$, és az $A_3A_6A_9$ háromszögek szabályosak,

melyek mindegyikét háromszor vettük figyelembe, holott csak egyszer kellett volna **6 pont**

Ezért $2 \bullet 36 - 3 \bullet 2 = 66$ féle keresett háromszög van. **2 pont**

Összesen: 16 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 60 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – továbbküldési ponthatára **30 pont (50%).**

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2002. Január

A Versenybizottság