M/7

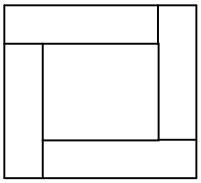
Varga Tamás Matematika Verseny 7. osztályos feladatok megoldásai
I. kategória
országos döntő 2002.

1. feladat
Éva és Pisti 3 különböző könyvön osztozkodhat. Hányféleképpen tehetik ezt, ha az is lehetséges, hogy valamelyikük nem tart igényt egy könyvre sem?

Megoldás: A könyvek bármelyike Éva vagy Pisti tulajdonába kerülhet. Az első könyv így 2-féleképpen, az első és második könyv $2 \cdot 2 = 4$féleképpen, míg a három könyv $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$-féleképpen találhat gazdára.

8pont

2. feladat
Egy négyzetet az ábrán látható módon feldaraboltunk négy egybevágó téglalapra és egy kisebb négyzetre. Egy téglalap kerülete 10 cm. Számítsuk ki az eredeti négyzet területét!



Megoldás: Ha a téglalap oldalai a illetve b hosszúak, akkor az eredeti négyzet oldala a+b hosszú. Mivel 2(a+b)=10 cm, így a+b=5 cm, tehát az eredeti négyzet területe $(a+b)^2 = 25$ cm.

10 pont

3. feladat
Száz különböző pozitív egész szám összege 7400. Igazoljuk, hogy a számok között van hárommal osztható!

Megoldás: Tekintsük az első 150 pozitív egész összegét:

$$1+2+3+\ldots+150=11325,$$

ha ebből levonjuk az 50 darab 3-mal osztható összegét, vagyis a

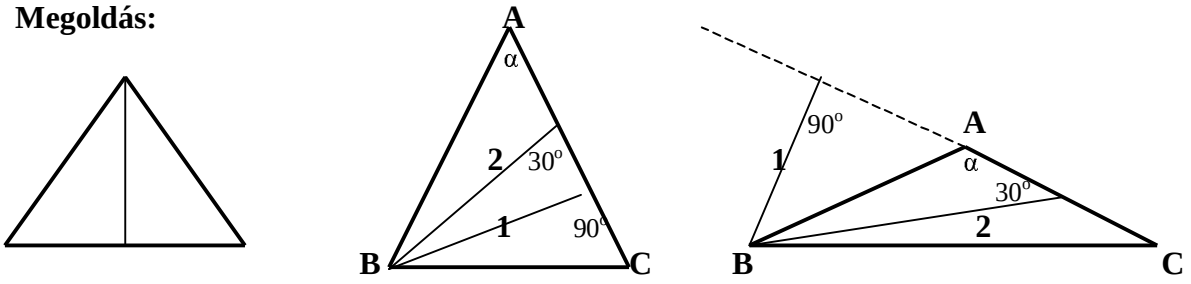
$$3+6+9+\ldots+150=3825\text{-öt},$$

akkor az első 100 darab 3-mal nem oszthatók összegét: 7500-at kapunk. Amennyi darabot ezekből elveszünk, ugyanannyi darabbal kell ezeket pótolnunk, de a pótlás összege 100-zal kevesebb kell, hogy legyen. Ezt csak a kihagyott 50 darab 3-többszörösből való kiválasztással lehet megtennünk. (pl. 148 helyett 48 jön.) **12 pont**

4. feladat

Egy egyenlő szárú háromszögben az egyik csúcsból húzott magasság hossza fele az ugyanazon csúcsból induló szögfelező hosszának. Mekkorák a háromszög szögei?

Megoldás:



a, **b,** **c,**

Az a, esetben a két szakasz egyenlő.

A b, esetben $\alpha + \frac{\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{\pi}{6}$ -ból $\frac{3\alpha}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}$ ‹ 0, ami lehetetlen.

A c, esetben $\frac{\pi}{6} = \frac{\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}}{2} + \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$, azaz $\alpha = 140^o$, és a másik két szög 20° . **14 pont**

5. feladat

Péter azt állítja, hogy Pál akárhogyan is színezzen be egy négyzetrácsos füzetlapon száz mezőt, ő ki tud választani közülük huszonötöt úgy, hogy a kiválasztottak között semelyik kettőnek nincs közös pontja. Igaza van-e Péternek?

Megoldás: számozzunk színezés után az alábbiak szerint:

```
- - - - - - - - - - - - - - -
- - 1 2 1 2 1 2 1 2 - - -
- - 3 4 3 4 3 4 3 4 - - -
- - 1 2 1 2 1 2 1 2 - - -
- - 3 4 3 4 3 4 3 4 - - -
- - - - - - - - - - - - - - -
```

A 100 színezett mező között van 25 azonos számozású, viszont az ilyeneknek nincs közös pontja.

16 pont