M/8

Varga Tamás Matematika Verseny 8. osztályos feladatok megoldásai

Iskolai forduló 2001.

1. feladat

Van két kosár almánk. Ha az elsőből a másodikba annyit teszek át, amennyi a másodikban van, majd a másodikból az elsőbe annyit, amennyi az elsőben maradt, és végül az elsőből annyit a másodikba, amennyi a másodikban maradt, akkor mind a két kosárban 48 alma lesz.

Mennyi alma volt a két kosárban eredetileg?

Megoldás:

1.	Első kosár tartalma	Második kosár tartalma
kezdet	96-x	x
1. átrakás	96-2x	2x
2. átrakás	2 (96-2x)	4x-96
3. átrakás		8x-192 = 48

4 pont

X = 30, 96-x = 66
alma volt a kosarakban 2 pont

Ellenőrzés: első áttétel után 36; 60, ezt követően 74;24, végül 48;48 alma van a kosarakban

2 pont

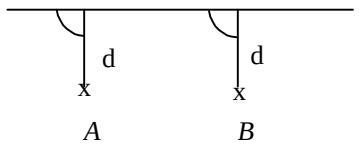
Összesen: 8 pont

2. feladat

Adott a síkban az AB szakasz. Melyek azok a síkbeli egyenesek, amelyek a szakasz A és B végpontjaitól egyenlő távolságra vannak?

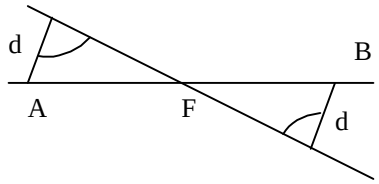
Megoldás:

Ha a szakasz két végpontját az egyenes nem választja el, akkor minden az



AB-vel párhuzamos egyenes, 2 pont
illetve az AB egyenes megfelel 2 pont
és csak ezek. 2 pont

Ha az egyenes elválasztja a két végpontot, akkor a szakasz F felező pontján átmenő egyenesek bármelyike jó, az F pontra vonatkozó szimmetria miatt. 2 pont



Ezért az is igaz, hogy ilyen esetben csakis ezek a megfelelő egyenesek. 2 pont

Összesen: 10 pont

3. feladat

Egy lakossági felmérés során kiderült, hogy egy település 1000 lakója közül 700-nak van CD lejátszója, 850-nek telefonja, 452-nek számítógépe. A vizsgált 1000 lakos közül legalább hány lakosnak van mind a három készüléke?

Megoldás:

Legalább 2 lakosnak mindhárom készüléke van 2 pont
700 + 452=1152, vagyis legalább 152 lakosnak van
CD lejátszója is, meg számítógépe is 5 pont
Mivel 150 embernek nincs telefonja, ezért az előbbi 152 lakosból legalább kettőnek van telefonja is. 5 pont

Összesen: 12 pont

4. feladat

Egy nyolcszög öt belső szögének az összege $845°$. A fennmaradó három belső szög közül kettőnek az összege $180°$ és kettőnek az összege $90°$. Számítsuk ki ezt a három belső szöget!

Megoldás:

A 8-szög belső szögeinek összege (8-2) $180° = 1080°$ 4 pont
A kérdéses három belső szög összege tehát $1080° - 845° = 235°$ 2 pont
A feltételből adódóan ezek között van egy olyan α, amelyre a két másik
$180° - \alpha$ illetve $90° - \alpha$ 4 pont
az az $180° - \alpha + 90° - \alpha + \alpha = 235°$ 2 pont
és ebből $\alpha = 35°$, $90° - \alpha = 55°$, $180° - \alpha = 145°$ 2 pont
a keresett három érték.

Összesen: 14 pont

5. feladat

Öt egymás utáni pozitív egész szám közül a negyedik prímszám. Bizonyítsuk be, hogy az öt szám szorzata osztható 240-nel!

Megoldás:

Jelölje P a negyedik számot, ami prím	
A (P-3) (P-2) (P-1) P (P+1)	1 pont
Szorzatban P csak páratlan lehet, lévén a számsorban (legalább) negyedik:	2 pont
Ezért az öt szám között pontosan 3 páros szám van,	3 pont
melyek közül legalább az egyik 4-gyel osztható,	2 pont
következésképpen ezek szorzata 16-nak többszöröse.	3 pont
Öt egymást követő egész között van az 5-nek is meg a 3-nak is többszöröse, így szorzatuk 15-nek is többszöröse	3 pont
Ám ha egy szám 15-nek is és 16-nak is többszöröse, akkor osztható $15 \cdot 16 = 240$-nel.	2 pont

Összesen: 16 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 60 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – továbbjutási ponthatára **30 pont (50%).**

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több, mint heti 4 óra – továbbjutási ponthatára **36 pont (60%).**

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2001. november

A Versenybizottság