Varga Tamás Országos Matematika Verseny
8. osztályos feladatok megoldásai
iskolai forduló 2004.

1. feladat Egy 12 évfolyamos iskolában a tanulók 60 % -a általános iskolás. A gimnáziumi tanulók 45 % -a fiú. A gimnazista lányok 50 % -a sportol. Hány tanulója van az iskolának, ha 99 gimnazista lány sportol?

Megoldás:

A 99 sportoló lány a gimnazista lányok fele,
tehát 198 gimnazista lány van. **2 pont**

A gimnazisták 45%-a fiú, így az 55%-ra 198 lány jut, **2 pont**

Vagyis a gimnáziumba $198 * \frac{100}{55} = 360$ tanuló jár. **1 pont**

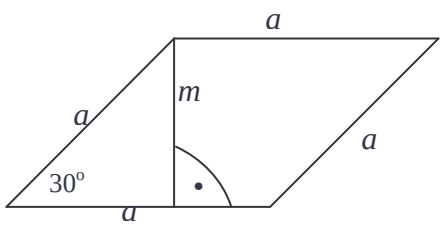
Ez 40%-a az iskolában tanulóknak, vagyis **3 pont**

$360 * \frac{100}{40} = 900$ fős az iskola. **2 pont**

összesen: 10 pont

2. feladat Egy rombusz egyik szöge 30°, területe 18 cm^2. Számítsuk ki a rombusz kerületét!

Megoldás:



A rombusz kerülete $4a$, ha az a az oldal hossza. **1 pont**

A rombusz területe $a \cdot m$, ha m a rombusz magassága. **1 pont**

A 30°-os derékszögű háromszögnek e szöggel szemköztes befogója az átfogó fele, **3 pont**

azaz $m = \frac{a}{2}$.

A feltétel szerint $a * \frac{a}{2} = 18cm^2$, tehát **2 pont**

a = 6 cm. **2 pont**

Vagyis a kerület 24 cm. **1 pont**

összesen: 10 pont

3. feladat

			53
			18
53	18		

Egy 3 x 3-as táblázat 9 mezőjébe beírták a 9 legkisebb prímszámot, mindegyik prímet pontosan egyszer. Két sor mellé és két oszlop alá odaírták a bennük levő számok összegét, az ábra szerint.

Töltsük ki a táblázatot az összes lehetséges módon!

Megoldás:

A kilenc prím: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23. **1 pont**
A 18 sorában illetve oszlopában a 2 áll,
mivel 3 prím összege csak így lehet páros. **2 pont**
Mivel 13 + 17 + 19 < 53, ezért a 23 csak az első sor 2. eleme lehet. **2 pont**

	23		53
		2	18
53	18		

A 13 + 17 = 11 + 19 = 30, így
csak az 53 sorában ill. oszlopában állhatnak, ám
a 18 összeg meghatározza, hogy hol: **2 + 2 = 4 pont**

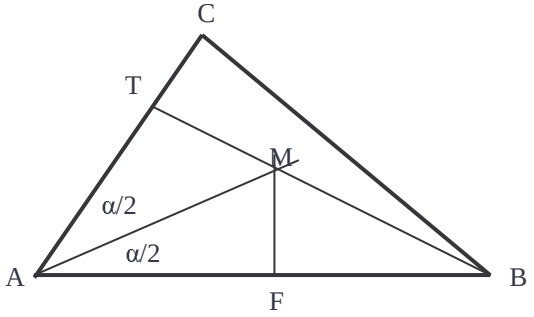
17	23	13
5	11	2
7	19	3

19	23	11
3	13	2
7	17	5

Ezek után a 3, az 5 és a 7 helye egyértelmű. **1 pont**
összesen:10 pont

4. feladat Az ABC hegyesszögű háromszögben három egyenes:
a BAC < = α szög felezője, az AB oldal felezőmerőlegese,
és a B csúcsból húzott magasság egy pontban metszik egymást.
Mekkora az α szög?

Megoldás:



Az ábra jelöléseivel:
ABM egyenlő szárú, hiszen az
MF-re szimmetrikus **4 pont**

Az ABT derékszögű háromszögben így
$\alpha + \frac{\alpha}{2} = 90^o$, **4 pont**

vagyis $\alpha = 60^o$. **2 pont**
összesen: 10 pont

5. feladat Tomi a {8; 9; 10} halmaz két elemét véletlenszerűen kiválasztja és veszi ezek összegét.
Karcsi a {3; 5; 6} halmazból választ ugyancsak véletlenszerűen kettőt és ezek szorzatát veszi.

Megoldás:

Tomi száma: 17, 18 vagy 19 lehet,	**2 pont**
Karcsi száma: 15, 18 vagy30.	**2 pont**
A lehetséges 9 esetből	**1 pont**
Karcsi számára 5 a kedvező: a 30 és Tomi száma bármelyik, vagy 18 és Tomi száma a 17 vagy a 18.	**3 pont**
Karcsi tehát $\frac{5}{9} = 0,\dot{5}$ eséllyel bírja le Tomit.	**2 pont**
	összesen: 10 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 50 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **25 pont (50%).**

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több mint heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **30 pont (60%).**

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2004. november

A Versenybizottság