Varga Tamás Országos Matematika Verseny
7. osztályos I. kategória
feladatok megoldásai
megyei forduló 2005.

1. feladat: Három diák: Gábor, Laci és Peti elosztják a közös papírgyűjtés során kapott pénzt.
Gábor 100 Ft-tal kevesebbet kap, mint a teljes összeg fele. A maradék felénél 100 Ft-tal többet kap Laci. Így Petinek 800 Ft maradt.
Mekkora volt a teljes összeg, és ebből mennyi Gáboré és mennyi Lacié ?

Megoldás: Ha x a teljes összeg

Gábor: $\frac{x}{2}-100$ ……2 pont

Laci: $\frac{1}{2}(\frac{x}{2}+100)+100=\frac{x}{4}+150$ ……...……..……3 pont

Peti: 800

Így $\frac{x}{2}-100+\frac{x}{4}+150+800=x$, ……..2 pont

amiből,

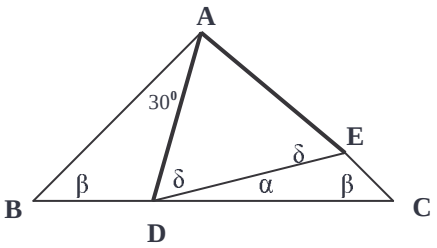
x = 3400 Ft, tehát Gáboré 1600 Ft, Lacié 1000 Ft. ……2 pont

Ellenőrzés: a szövegben 1 pont

Összesen: 10 pont

2. feladat: Az *ABC* egyenlő szárú háromszögben *AB* = *AC*.
A *D* pont a *BC* oldalnak az a belső pontja, amelyre *BAD*< = 30°,
az *E* pedig az *AC* oldal azon belső pontja, amelyre *AD* = *AE*.
Mekkora az *EDC*< szög ?

Megoldás:



Az ábra jelöléseivel:
Az ADC< külső szög, így
ADC< = α + δ = β + 30°. ……...3 pont

Hasonlóan
AED< = δ = α + β. …….3 pont
E kettőből
2α + β = β + 30° ……2 pont

Azaz α = 15°. ……2 pont

Összesen: 10 pont

3. feladat: Péter kétszer olyan idős, mint Sári lesz akkor, amikor Tamás olyan idős lesz mint Péter most. Ki a legidősebb és ki a legfiatalabb hármójuk közül, ha különböző korúak ?

Megoldás: Ha P, T, S jelöli a megfelelő személyek életkorát, továbbá x év múlva lesz T(amás) annyi idős mint P(éter) most, úgy

$P = T + x, \quad (x > 0)$ …… .2 pont

és

$P = 2(S + x),$ ……..2 pont

ezekből

$P > T$ és $P > S$.

De

$T + x = 2(S + x)$ miatt, …….3 pont

$T = 2S + x,$ ……1 pont

Azaz

$T > S,$ ……1 pont

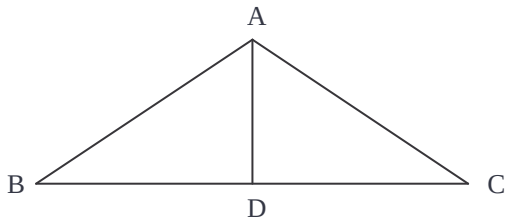
Vagyis Péter a legidősebb és Sári a legfiatalabb. ……1 pont

Összesen: 10pont

Megjegyzés: Ha a szöveg alapján (egyenletek nélkül) jut a P>T és P>S relációkhoz, arra max. 4 pont adható. Ha indoklás nélkül állítja a P>T>S relációt, az előbbiek nyomán, úgy max. 5 pont jár.

4. feladat: Az *ABC* háromszögben *AB = AC* és *AB + AC = 4· AD*, ahol *D* a *BC* oldal felezőpontja. Mekkora a *BAC*< szög ?

Megoldás:



Az AB = AC miatt

AB + AC = 2·AB = 4·AD,

Azaz

AB = 2·AD. …….3 pont

Az ABD háromszög derékszögű,
mert AD-re szimmetrikus az ABC háromszög. ……3 pont
Ismert, hogy ha a befogó fele az átfogónak, úgy
a háromszög 30°-os , derékszögű háromszög. ……...3 pont
Így ABD< = ACD< = 30°, azaz
BAC< = 120°. ……1 pont

Összesen: 10 pont

5. **feladat:** Igazfalva lakói mindig igazat mondanak.
Hamisfalva lakói mindig hazudnak.
Huncutfalva lakóinak egymást követő két állítása közül az egyik igaz, a másik hamis.
A mindhárom településhez közeli tűzoltóságon valaki tüzet jelzett, majd azt mondta, hogy ő Huncutfalváról való.
Kivonult-e a tűzoltóság, és ha igen, akkor hová ?

Megoldás: Igazfalvi nem mondja, hogy ő Huncutfalváról való. …….3 pont
Hamisfalvából, ha tűz volna is ennek ellenkezőjét jeleznék. ……..3 pont
Huncutfalva lakója pedig a tűz jelzésével nem mond igazat,
azaz Huncutfalván nincs tűz. ……...3 pont
A tűzoltóság tehát nem vonul ki sehová. …… 1 pont
Összesen: 10 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 50 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **25 pont (50%).**

Felhívjuk a figyelmet, hogy a továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2005. január

A Versenybizottság