Varga Tamás Országos Matematika Verseny
7. osztályos II. kategória
feladatok megoldásai
megyei forduló 2005.

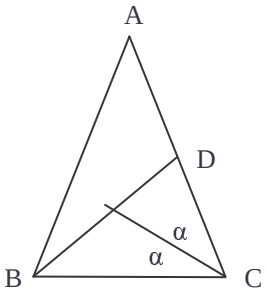
1. **feladat:** Egy vadásztársaság tagjai vadkacsára, fácánra és nyúlra vadásztak. Az elejtett fácánok száma úgy aránylik az elejtett nyulak számához, mint 7 : 15. Az elejtett nyulak és az elejtett vadkacsák számának aránya, pedig 3 : 2.
A lelőtt háromféle állatnak 186-tal több lába volt, mint feje.
Hány vadkacsát, fácánt és nyulat ejtettek a vadászok ?

Megoldás: Ha az elejtett fácánok száma 7x,
úgy 15x nyulat lőttek,
és a 3 : 2 arány miatt 10x vadkacsát. ……..3 pont
A lábak száma: $2\cdot 17x + 4\cdot 15x = 94x$ ……..2 pont
A fejek száma: $(7 + 15 + 10)x = 32x$ ……..2 pont
Tehát
$94x = 32x + 186$, ……...1 pont
azaz $x = 3$.
21 fácán, 45 nyúl és 30 vadkacsa volt a terítéken……1 pont
Ez valóban megoldás (szövegen ellenőrizve). …….._____ 1 pont

Összesen: 10 pont

2. **feladat:** Az *ABC* háromszögben $AB = AC = 2\cdot BC$. Jelölje *D* az *AC* oldal felezőpontját. Igazoljuk, hogy
   a) a *BD* merőleges a *C*-nél levő belső szög felezőjére;
   b) a *BAC*< szög kisebb, mint 60° !

Megoldás: **a)** Az $AC = 2\cdot BC$ feltétel miatt
BC = CD, vagyis …….....3 pont



a BCD háromszög egyenlő szárú. …….....2 pont

A C< szög felezője az egyenlő szárú háromszög szimmetriatengelye, merőleges a BD alapra……2 pont

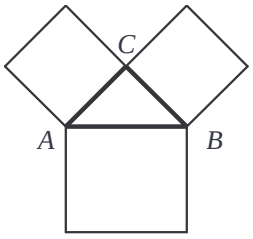
b) Az $AB = 2\cdot BC$ –ből $AB > BC$, tehát az alapon fekvő két szög nagyobb a szárszögnél,
ami így 60°-nál kisebb. ……. …_____ 3 pont

Összesen: 10pon

3. feladat: Három pozitív egész szorzata 3 307 500 .
Ha az egyik számot 2-vel, a másik számot 7-tel, a harmadikat pedig 25-tel megszoroznánk, akkor ugyanazt a számot kapnánk.
Melyik ez a három szám ?

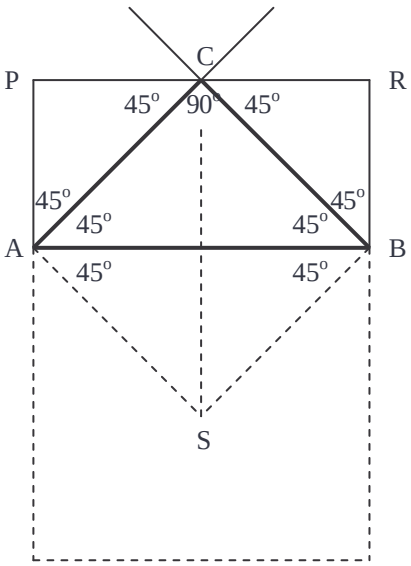
Megoldás: Szorozzuk meg a 3 307 500-at a 2·7·25-tel,
így a nyert szorzat köbszám lesz. ……..2 pont
Valóban: $3307500 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 25 = 1050^3$, tehát ……...2 pont
$\frac{1050}{2} = 525$, $\frac{1050}{7} = 150$, $\frac{1050}{25} = 42$ …….2 + 2 + 2 pont
a három keresett szám. **Összesen: 10 pont**

4. feladat:



Az *ABC* egyenlő szárú, derékszögű háromszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk az ábra szerint.
A négyzetek középpontjai egy háromszög csúcsai.
E háromszög területe hányszorosa az *ABC* háromszög területének ?

Megoldás: A négyzet átlói felezik a négyzet szögeit, ezért



P, C, és R egy egyenesen vannak. ……3 pont

Továbbá ABRP téglalap,
mert négy derékszöge van. ……2 pont

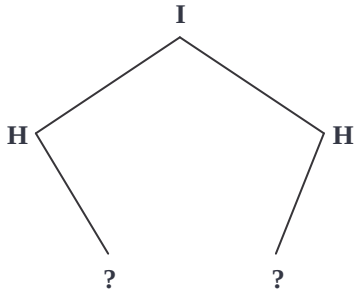
Ugyanúgy az ACBS négyzet, mivel téglalap (szögei derékszögek) és
két szomszédos oldala egyenlő. ……3 pont

Akár átdarabolással, akár $\frac{1}{2} PR \cdot CS$ -ből
az ABC háromszög területének
a kétszeresét kapjuk. 2 pont

Összesen:10 pont

5. feladat: Egy kerek asztalnál öten ülnek, mindegyikük vagy hazudós, vagy igazmondó. (A hazudósak mindig hazudnak, az igazmondók mindig igazat mondanak.) Mind az öt ember azt állítja, hogy mindkét szomszédja hazudós. Hány igazmondó ül az asztalnál ?

Megoldás: Az öt ember között van igazmondó, különben mind hazudós lenne, márpedig ekkor igazat nem mondanának.
(T.i.: hogy két szomszédjuk hazudós.) …….4 pont
Az igazmondó (I) két szomszédja tehát hazudós(H). ……2 pont



A még fennmaradó két lélek egyike igazmondó kell legyen, különben a fenti ellentmondás áll be. ……..2 pont

Így tehát két igazmondó ül az asztalnál, …1 pont
és ezek nem szomszédok.
Ez valóban megoldás, mert a feltételeket kielégíti. ……1 pont

Összesen: 10 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 50 pont.*

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több mint heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **25 pont (50%).**

Felhívjuk a figyelmet, hogy a továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2005. január

A Versenybizottság