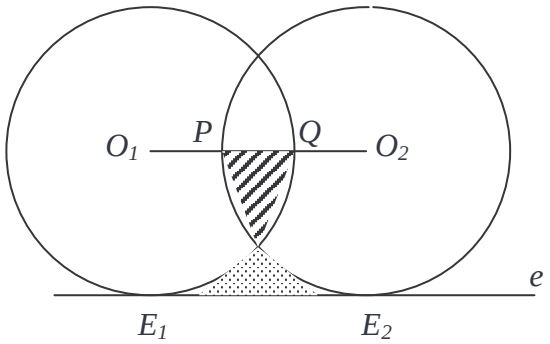
Oktatási Minisztérium
Fejér Megyei Pedagógiai Szakmai és Szakszolgáltató Intézet

T/8

Varga Tamás Országos Matematika Verseny
8. osztály
II. kategória
országos döntő 2005.

1. feladat:
Bence színes üveggolyókat nézeget a játékboltban. Vehetne 240 forintért két pirosat, egy kéket és egy sárgát, vagy 312 forintért két zöldet, egy sárgát és egy pirosat, vagy 288 forintért egy kéket, egy pirosat és két zöldet. Végül egy kék, egy zöld, két piros és egy sárga üveggolyót vett. Mennyit fizetett, ha az azonos színű golyók ára egyenlő?

2. feladat:



Az ábrán látható két kör középpontjai O_1 és O_2, a sugaraik $r_1 = r_2 = 12{,}5$ cm. Az e egyenes E_1 és E_2 pontokban érinti a köröket. Az O_1O_2 szakasz P és Q pontokban metszi a köröket. Milyen hosszú a PQ szakasz, ha az ábrán vonalkázott és pontozott területek nagysága egyenlő?

3. feladat:
Legyen

$$a = \frac{1^2}{1} + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{5} + \ldots + \frac{1000^2}{1999} + \frac{1001^2}{2001} + \frac{1002^2}{2003}$$ és

$$b = \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{7} + \ldots + \frac{1000^2}{2001} + \frac{1001^2}{2003} + \frac{1002^2}{2005}.$$

Számítsuk ki $a - b$ egészrészét!
(Egy szám egészrésze a számnál nem nagyobb legnagyobb egész szám.)

4. feladat:
Igazoljuk, hogy a derékszögű háromszögben a befogók összege kisebb az átfogó és a hozzá tartozó magasság összegénél!

5. feladat:
A p háromjegyű prímszám, amelynek számjegyei különbözőek. A p számjegyeinek összege egy q prímszám. A p és q prímek negyedik hatványainak összege 6-ra végződik. Határozzuk meg a $p \cdot q$ szorzatot!

Valamennyi feladatra adott válaszodat indokolnod kell! Az indoklás leírása legyen világos, áttekinthető és tömör!
A versenydolgozat feladatainak megoldásához zsebszámológép használható.

Székesfehérvár, 2005. április

Jó munkát, sok sikert kíván:
az Országos Versenybizottság