Varga Tamás Országos Matematika Verseny
8. osztályos feladatok
megoldásai, I. kategória
megyei forduló 2005.

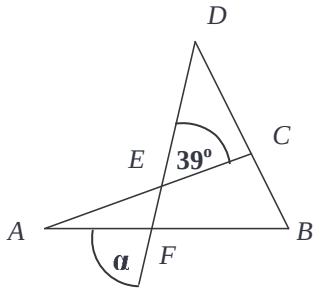
1. **feladat:** Egy digitális óra az órát is és a percet is két-két számjeggyel írja ki. Hányszor fordul elő egy nap alatt éjfél után 1 perctől (00 : 01) éjfél előtt 1 percig (23 : 59), hogy a számlapot elölről hátrafelé olvasva ugyanazt látjuk, mint hátulról előre olvasva ?

Megoldás: 15-ször fordulhat elő, mivel ……1 pont
az órát 24-féleképpen jelezheti, a perceket pedig 60-féleképpen, így ……..4 pont
00 órában, 06 órától 09 óráig és 16 órától 19 óráig
nincs palindrom számunk, ……...3 pont
a fennmaradó 15-ben pedig egy-egy lesz a megfelelő. ……2 pont

Összesen: 10 pont

Megjegyzés: Ha csak felsorolja a lehetséges kijelzéseket, úgy hármasával 2-2 pont adható.

2. **feladat:**



Az ábrán látható *CDE* háromszög egyik szöge háromszor akkora, mint egy másik szöge. Mekkora az ábrán **α**-val jelölt szög, ha *AB* = *AC* ?

Megoldás: Az AB = AC miatt ACB< < $\pi/2$, tehát ECD< tompaszög. ……...1 pont
Így három eset lehetséges.

1. eset: D-nél levőt δ-val jelölve ($\delta < \pi/2$!)
$39^o = 3\delta$, azaz $\delta = 13^o$.
Ezzel ACB< = FBC< = $39^o + 13^o = 52^o$,
azaz $\alpha = 180^o - 13^o - 52^o = 115^o$. …….3 pont

2. eset: ECD< = 3δ. Ezzel
$\delta + 3\delta = 4\delta = 180^o - 39^o$, azaz
$$\delta = \frac{141^0}{4} = 35{,}25^0 .$$
A BDF háromszögben tehát
$\alpha = 180^o - 35{,}25^o - (180^o - 105{,}75^o) = 70{,}5^o$. …….3 pont

3. eset: ECD< = $39^o \cdot 3 = 117^o$. Így $\delta = 24^o$,

vagyis

$\alpha = 180^o - 24^o - 63^o = 93^o$. ……3 pont

Összesen:10 pont

3. feladat: Mekkora annak az esélye (valószínűsége), hogy két különböző színű kockával dobva, a dobott számok között van hatos, vagy a dobott két szám összege 6 ?

Megoldás: Összesen 36-féleképpen kaphatunk különböző eredményt a két különböző színű kockával dobva. ……. 2 pont

Ezek közül kedvező, ha van 6-os a dobottak között:

Ez 11-féleképpen lehetséges:

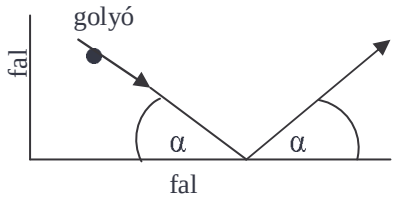
- mindkét kockán 6-os (1 eset)
- egyik kockán 6-os, a másikon legfeljebb 5-ös, ez összesen $2 \cdot 5 = 10$ eset. ……..3 pont

Összegül 6-ot dobni 1 + 5, 5 + 1, 2 + 4, 4 + 2 vagy 3 + 3, összesen 5-féleképpen lehet. ……3 pont

Az esély tehát $\frac{16}{36} = \frac{4}{9} = 0,\dot{4}$. ……2 pont

Összesen: 10 pont

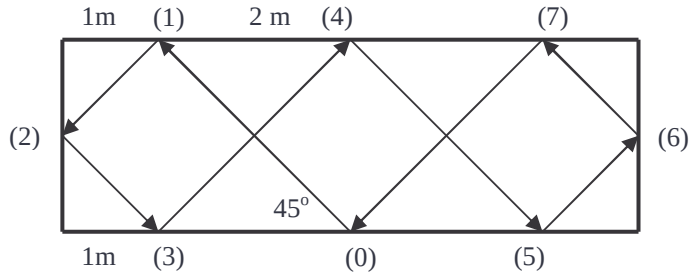
4. feladat:



Egy biliárdasztalon a falnak ütköző golyó az ábrán látható módon folytatja útját.

Egy 2 méter x 6 méteres biliárdasztal hosszabb oldalának felezőpontjából ellökünk egy golyót az oldallal (fallal) 45°-os szöget bezáró irányban.
A kiinduló helytől milyen távol lesz a golyó a 11-edik ütközéskor ?

Megoldás: Jó ábráért ……...2 pont



A méretek és az egyenlő szárú derékszögű háromszög tulajdonságaiból következően: ..1 pont
minden nyolcadik ütközés a fallal azonos helyen történik. ……4 pont

A 11-edik ütközéskor tehát a golyó a (3)-ban van, s így a (0) helytől 2 méterre. ……3 pont

Összesen: 10 pont

5. feladat: Egy asztalon van 11 nagyméretű doboz. Közülük néhányban (legalább egyben) 8-8 közepes méretű doboz található. A közepes dobozok közül néhányban (legalább egyben) 8-8 kis doboz van. Más nincs a dobozokban és összesen 102 doboz üres. Hány doboz van összesen az asztalon ?

Megoldás: Tegyük fel, hogy

x darab nagy dobozban van közepes méretű,

és y darab közepes méretűben kicsi.

Így $11 - x$ darab nagy doboz üres. $(1 \leq x \leq 11)$ ……..……. 3 pont

A $8x$ darab közepes méretű dobozból tehát

$8x - y$ darab üres, és ……..3 pont

$8y$ darab kis doboz is üres. ….....……2 pont

Így

$102 = 11 - x + 8x - y + 8y$ -ból

$x + y = 13$, ……..1 pont

azaz

$11 + 8(x + y) = 115$ doboz van az asztalon. ……._____1 pont

Összesen: 10 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 50 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **25 pont (50%).**

Felhívjuk a figyelmet, hogy a továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2005. január

A Versenybizottság