Oktatási Minisztérium
Fejér Megyei Pedagógiai Szakmai és Szakszolgáltató Intézet

M/7

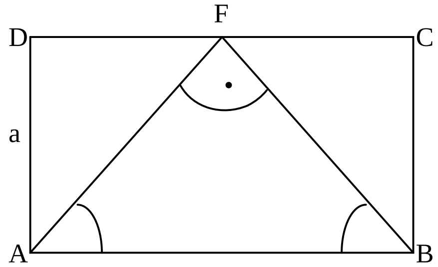
Varga Tamás matematikaverseny megyei forduló 2007.
7. osztály I. kategória
Megoldások

1. **feladat:** Juli néni 46 petákért vett három tyúkot. Az első tyúk 4 naponként 3 tojást, a második 3 naponként 2 tojást, a harmadik 2 naponként 1 tojást tojik. Az asszony a tojásokat eladva, 5 tojásért fél petákot kért. Hány nap alatt térült meg a tyúkok ára?

Megoldás: A tyúkok 12 naponként $3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 23$ tojást tojnak. ....2 pont
Mivel 10 tojásért 1 peták jár, így 12 naponta 2,3 peták térül meg, ...2 pont
azaz $46 = 2{,}3 \cdot 20$ miatt ....2 pont
$20 \cdot 12 = 240$ nap alatt térül meg a 3 tyúk ára. ....2 pont
Ellenőrzés: ....2 pont
összesen: 10 pont

2. **feladat:** Egy téglalap két szomszédos csúcsa és a másik két csúcsot összekötő oldal felezési pontja derékszögű háromszöget alkot. Mekkora a téglalap kerülete, ha területe 288 cm^2?

Megoldás: A téglalap az F felező ponthoz tartozó középvonalra szimmetrikus négyszög, ...1 pont



ezért AF = FB, azaz ....1 pont
AFB egyenlő szárú derékszögű,
tehát $FAB_{\angle} = FBA_{\angle} = 45^{\circ}$. ....1 pont
Ennél fogva ADF és BCF háromszögek is ilyenek, ...1 pont
Vagyis AD = DF = FC = CB = a miatt ....2 pont
AB = CD = 2a. ....1 pont

A $2a \cdot a = 2a^2 = 288\ cm^2$ –ből $a = 12$ cm, ...2 pont
vagyis a téglalap kerülete $2(12 + 24) = 72$ cm. ....1 pont
összesen: 10 pont

3. **feladat:** *A, B,* és *C* egy beszélgetés során az alábbiakat mondják:
A: Mindhárman hazudósak vagyunk;
B: Közülünk csak *A* hazudós;
C: *A* és *B* hazudós, én igazmondó vagyok.
Ki a hazudós és ki az igazmondó közülük, ha mindegyikük vagy olyan, vagy ilyen és a hazudós mindig hazudik, az igazmondó mindig igazat mond?

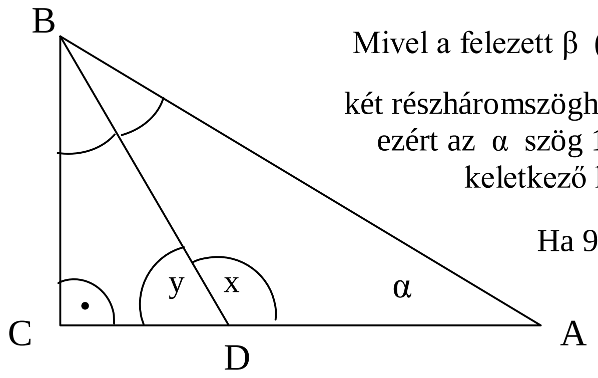
Megoldás: *A* nem lehet igazmondó, mert kijelentése ennek ellentmond. ....1 pont
Így *A* hazudós. ....1 pont
Ha *B* igazmondó lenne, úgy *C* (*B*-t illetően) hazudik, ...1 pont
ami *B* egyetlen hazugról szóló kijelentését cáfolja, ...2 pont
tehát *B* is hazudós.
C pedig igazmondó, mert különben *A, B* és *C* mindegyike hazudós lenne,
tehát *A* igazmondó volta következne, ami előbbiek miatt nem lehet. ....3 pont
Valóban, ha *A* *és B* hazudós, *C* igazmondó, úgy a feltételek teljesülnek. ....2 pont
összesen: 10 pont

Oktatási Minisztérium
Fejér Megyei Pedagógiai Szakmai és Szakszolgáltató Intézet

M/7

4. feladat: Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszögű csúcsából induló belső szögfelező a háromszöget két olyan részháromszögre bontja, amelyek közül pontosan az egyiknek van olyan szöge, amely 13-szorosa az eredeti háromszög meg nem felezett hegyesszögének.
Mekkorák az eredeti háromszög hegyesszögei?

Megoldás: Legyen a nem felezett hegyesszög α.



Mivel a felezett β $\left(\frac{\beta}{2}=\frac{1}{2}(90^o-\alpha)=45^o-\frac{\alpha}{2}\right)$ ....1 pont
két részháromszöghöz is tartozik, ...1 pont
ezért az α szög 13-szorosa csak a derékszög, vagy a D pontnál
keletkező két szög x és y valamelyike lehet. ....2 pont
Ha $90^o = 13\alpha$, úgy $\alpha=\frac{90^o}{13}$ és $\beta=\frac{1080^o}{13}$; ....2 pont

Ha $x = 180^o - \alpha - \beta/2 = 180^o - \alpha - 45^o + \alpha/2 = 135^o - \alpha/2 = 13\alpha$,
azaz $\alpha = 10^o$ és $\beta = 80^o$; ....2 pont

Ha $y = 90^o - \beta/2 = 90^o - 45^o + \alpha/2 = 45^o + \alpha/2 = 13\alpha$,
úgy $\alpha = 18^o/5$ és $\beta = 432^o/5$. ....2 pont

összesen: 10 pont

5. feladat: Peti ma üli szülinapját. Feltűnt neki, hogy az évei számánál nem nagyobb pozitív egészek között pontosan kettővel kevesebb prímszám van, mint nem prím. Hány éves lehet Peti?

Megoldás: Ha vizsgáljuk a nem prímek és a prímek sorozatát

1			4		6		8	9	10		12		14	15	16		18	............................1 pont
	2	3		5		7				11		13				17		............................1 pont

akkor egyrészt adódik, hogy a 10, a 12 és a 14 nem prímek teljesítik a feltételt; ....3 pont
másrészt viszont a 14-nél nagyobb számok „előtti" prímszámok száma már
2-nél többel tér el a kívánttól, hiszen a 16 után már minden prímet legalább egy nem prím
(egy páros) követ, tehát a különbség, ami 15-nél már 3, nem csökken, ...3 pont
így nincs is több „jó" pozitív egész, vagyis
Peti 10, 12 vagy 14 éves lehet. ....2 pont

összesen: 10 pont

Oktatási Minisztérium
Fejér Megyei Pedagógiai Szakmai és Szakszolgáltató Intézet

M/7

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 50 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **25 pont.**

A továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást. A továbbjutáshoz szükséges ponthatárt a versenybizottság állapítja meg, s erről a megyei szervezők 2007. február végén értesítést kapnak.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2007. január

A Versenybizottság