Oktatási Minisztérium
Fejér Megyei Pedagógiai Szakmai és Szakszolgáltató Intézet

M/8

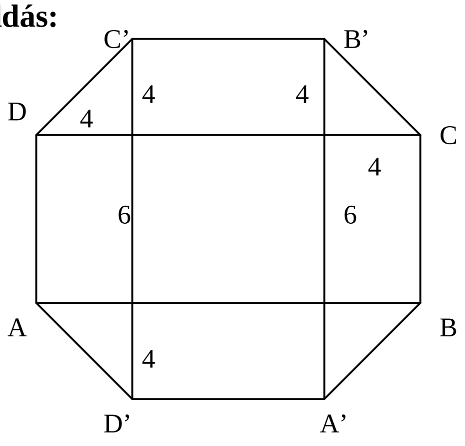
Varga Tamás matematikaverseny
8. osztályos feladatok megoldásai
iskolai forduló 2006.

1. feladat Egy 40 fős osztály matematika dolgozatot írt. A tanulók 55%-a legfeljebb 3-ast, míg a tanulók $\frac{4}{5}$-e legalább 3-ast kapott a dolgozatára. A dolgozatok átlaga 3,4 volt. Mennyi a közepesnél jobb dolgozatok átlaga, ha a közepesnél gyengébbeké 1,625 volt?

Megoldás: Mivel 55% + $\frac{4}{5}$ = 55 % + 80 % = 135 %,
Ezért 35 %-a a 40-nek, vagyis 14 dolgozat volt közepes. ....2 pont
20 % (= 55 – 35) –nyi, azaz 8 fő írt legfeljebb kettest,
és ezek átlaga miatt 8 · 1,625 = 13 az 1 és 2 osztályzatok összege. ....2 pont
A 40 · 3,4 = 136 az összes osztályzat összege, míg
a közepesnél jobbak 80 – 35 = 45 %-át teszik ki a 40-nek,
vagyis 18-an vannak. ....2 pont
136 – 13 – 3 · 14 = 136 - 55 = 81 a közepesnél jobbak
osztályzatának az összege, ...2 pont
így ezek átlaga: 81 : 18 = 9 : 2 = 4,5. ....2 pont
összesen: 10 pont

2. feladat Egy téglalap oldalai 6 és 14 cm hosszúak.
Forgassuk el a téglalapot a középpontja körül 90°-kal, majd az így kapott négy új csúcsot kössük össze rendre az eredeti csúcsokkal úgy, hogy egy (konvex) nyolcszöget kapjunk. Mekkora ennek a nyolcszögnek a területe?

Megoldás:



A nyolcszöget magába foglaló négyzet oldala 14 cm, ennek területe 196 cm.^{2} ....4 pont

Ez négy darab 4 cm befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszög területével több, mint a keresett terület, ...4 pont

tehát $196 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 164$ cm^2. ....2 pont

összesen: 10 pont

(Vagy $6 \cdot 6 + 4 \cdot 4 \cdot 6 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 164$ cm^2 ; 2 + 3 + 3 + 2 = 10 pont)

3. feladat Osztható-e 5-tel a

$$2006^{2006} + 2007^{2006} + 2008^{2006} + 2009^{2006}$$

összeg?

Megoldás: Elég az utolsó jegyek hatványainak utolsó jegyét vizsgálni! ....2 pont

A 6 minden pozitív egész kitevőjű hatványa 6-ra végződik. ....1 pont

A 7 hatványainak utolsó jegye rendre: 7, 9, 3, 1, 7, ...,
vagyis a 2006 = 2004 + 2 miatt a 2007^{2006} utolsó jegye a 9. ....2 pont

A 8 hatványainak utolsó jegye rendre: 8, 4, 2, 6, 8, ...,
tehát a 2008^{2006} utolsó jegye a 4. ....2 pont

A 9 hatványainak utolsó jegye rendre: 9, 1, 9, ...,
tehát a páros kitevőjűek utolsó jegye az 1. ....1 pont

Az utolsó jegyek összege 6 + 9 + 4 + 1 = 10,
tehát az eredeti összeg 5-tel osztható, mivel utolsó jegye a 0. ....2 pont

összesen:10pont

4. feladat Egy háromszög külső szögeinek aránya 2 : 3 : 4. Mekkorák a háromszög szögei?

Megoldás: A külső szögek összege 360°, tehát a háromszög

külső szögei rendre: 80^{o} $(=\frac{360^{o}}{9}\cdot 2)$, 120^{o} $(=\frac{360^{o}}{9}\cdot 3)$, 160^{o} $(=\frac{360^{o}}{9}\cdot 4)$. ....6 pont

A felsoroltak kiegészítő szögei rendre: 100^{o}, 60^{o}, és 20^{o}

adják az adott háromszög szögeit. ....4 pont

összesen: 10 pont

M/8

5. feladat Dani néhány szabályos dobókockával dobott, és azt tapasztalta, hogy a dobott pontok összege 6-tal több, mint a kockák számának a háromszorosa.
Hány kockával dobott Dani, ha minden kockán ugyanannyi pont volt felül?

Megoldás: Ha n a kockák száma és x a dobott pontok száma egy-egy kockán, úgy

$3n + 6 = nx$ . ...2 pont

Ebből

$n(x - 3) = 6$. ....2 pont

Mivel n pozitív egész, így $x - 3$ is (és x legalább 4)

ezért a $6 = 1 \cdot 6 = 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 = 6 \cdot 1$ –ből ....2 pont

n	x - 3	x		
1	6	9	lehetetlen	....1 pont
2	3	6	megoldás	....1 pont
3	2	5	megoldás	....1 pont
6	1	4	megoldás	....1 pont

összesen:10 pont

(Ha próbálgatással kap meg 1-1 esetet, úgy esetenként legfeljebb 2 pont adható. Ha még a többi eset lehetetlenségét is bizonyítja, úgy a hiányzó 4 pontot is megadjuk.)

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 50 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **25 pont.**

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több mint heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **28 pont.**

A továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást. A továbbjutáshoz szükséges ponthatárt a versenybizottság állapítja meg, s erről a megyei szervezők 2006. december első hetében értesítést kapnak.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2006. november

A Versenybizottság