Oktatási Minisztérium
Hétvezér Általános Iskola

M/8

Varga Tamás Matematikaverseny
8. osztályos feladatok megoldásai

iskolai forduló 2008.

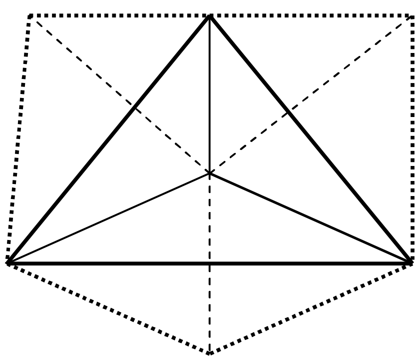
1. feladat: Mennyi az első száz pozitív egész szám számjegyeinek az összege?

Megoldás: Minden számjegy, ami kétjegyűekben előfordul és nem a 0,
tízszer a tízesek és tízszer az egyesek helyén áll. ....6 pont
Ez a $20(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 20 \cdot 45 = 900$
összeget adja. ....3 pont

Ezt még a 100 első jegye növeli 901-re. ....3 pont
összesen: 12 pont

2. feladat: Egyenlőszárú háromszög belső szögfelezőinek metszéspontját tükrözzük a háromszög oldalegyeneseire. A tükörképek és a háromszög csúcsai egy ötszöget adnak. Mekkorák a háromszög szögei?

Megoldás:



A 3 tükörkép a három csúccsal
akkor és csak akkor ad ötszöget, ha az
egyik csúcsnál egyenesszög van, ...6 pont

Tehát a tükrözés szögtartó tulajdonsága
miatt a háromszög egyik szöge 90^{o}. ....3 pont

Az egyenlőszárúság miatt így a másik
Két szög csak $45^{o} – 45^{o}$ lehet. ....3 pont
összesen 12 pont

M/8

3. feladat: A nyolcadik osztály matematika tanárának szokása, hogy amikor belép a tanterembe, felkapcsol néhányat a négy villanykapcsolóból (lehet, hogy mindet, de esetleg egyet sem).
Ha 185 matematika óra van egy tanévben (és minden órát ez a tanár tartja), akkor legalább hányszor fordul elő, az általa leggyakrabban választott kombináció?
(A kapcsolók felkapcsolásának sorrendjét nem vesszük figyelembe!)

Megoldás: Ha mindet vagy egyiket sem kapcsolja fel, az
$1 + 1 = 2$ előfordulás. ....2 pont

Ha egyet vagy hármat kapcsol fel, akkor a 4 valamelyikét kapcsolja vagy nem,
ez $4 + 4 = 8$ előfordulás. ....3 pont

Végül ha kettőt kapcsol fel, akkor ezt $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$-féleképpen teheti meg. ....4 pont

Összesen tehát 16 kombináció van, s mivel
$185 : 16 > 11$
ezért legalább egy tucatszor (12-szer) ....3 pont
fordul elő a kedvelt változat. **összesen: 12 pont**

4. feladat: Egy urnában piros és kék golyók vannak, és a kékekből van több. További piros golyókat rakunk az urnába addig, amíg az urnában levő golyóknak a harmada lesz kék Ezután annyi sárga golyót rakunk az urnába, amíg az urnában levő golyóknak pontosan a 20%-a lesz kék.
Végül még annyi kék golyót teszünk az urnába, amennyi eredetileg volt benne.
Hányad része az urnában levő golyók számának a kék golyók száma az utolsó változtatás után?

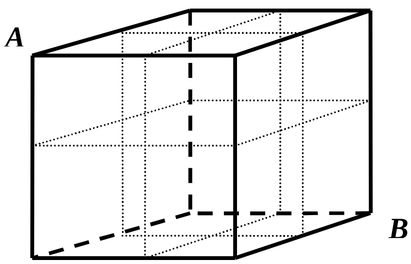
Megoldás: Kezdet: $p + k$ $(k > p)$ ....2 pont

1. rakás után: $k + p + p_1 = 3k$, azaz
$p + p_1 = 2k$. ....2 pont
2. rakás után:
$k + p + p_1 + s = 5k$, azaz $s = 2k$. ....4 pont
A 3. rakást követően:
$2k + p + p_1 + s = 6k$. ....3 pont

Az utolsó változtatást követően tehát a kék golyók száma harmada
az összes golyókénak. ....2 pont
összesen: 12 pont

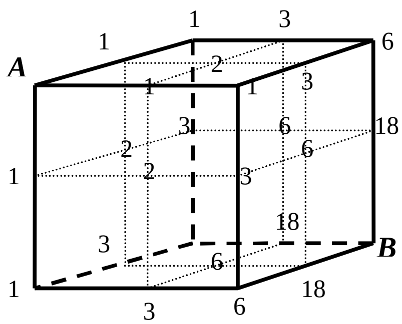
(Ha a versenyző konkrét, általa választott kezdeti piros és kék golyók számával jut a fenti eredményhez, úgy legfeljebb 8 pontot kaphat.)

5. feladat: A 2 egység élű kocka felületén megrajzoltuk a hat lap mindegyikének a középvonalait.



Hány darab *A* – ból *B* – be vivő 6 egység hosszú út van, ha az út szakaszai a kocka élein vagy a lapok középvonalain vannak ?

Megoldás: Célszerű azt vizsgálni, hogy az egyes csomópontokba (csúcsok, élfelező pontok, lapközepek)



A-ból kiindulva hányféleképpen juthatunk ***B***-felé haladva. ....9 pont

Így
B-be 3 élfelezőből
3 x 18 = 54-féleképpen
juthatunk. .... 3 pont

összesen: 12 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 60 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **30 pont.**

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több mint heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **35 pont.**

A továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást. A továbbjutáshoz szükséges ponthatárt a versenybizottság állapítja meg, s erről a megyei szervezők értesítést kapnak.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2008. február

A Versenybizottság