Oktatási Minisztérium
Hétvezér Általános Iskola

M/7

Varga Tamás Matematikaverseny

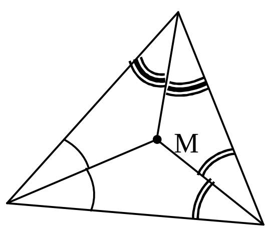
7. osztályos feladatok megoldásai

iskolai forduló 2008.

1. feladat Öt kosárban összesen 300 alma van. Az elsőben és a másodikban összesen 175, a másodikban és a harmadikban összesen 130, a harmadikban és a negyedikben összesen 109, míg a negyedikben és az ötödikben összesen 68.
Hány alma van a kosarakban külön-külön?

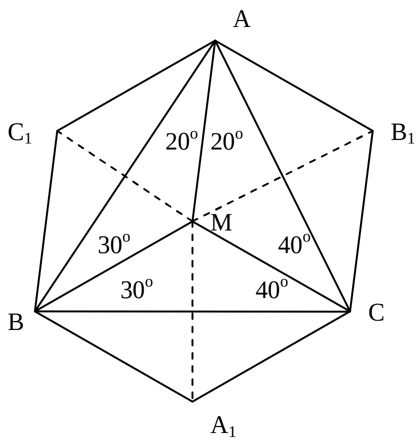
Megoldás: Összeadva a megadott számokat: 175 + 130 + 109 + 68 = 482 ....2 pont
Az összegben az első és az ötödik kosár tartalma egyszer, a többié kétszer szerepel, vagyis a 2. , 3. és 4. kosárban összesen 482 – 300 = 182 alma ....3 pont
van, tehát a másodikban 182 – 109 = 73 ....1 pont
a negyedikben 182 – 130 = 52 ....1 pont
a harmadikban 130 – 73 = 57 ....1 pont
az elsőben 175 – 73 = 102 ....1 pont
az ötödikben 68 – 52 = 16 ....1 pont
alma van.
Könnyen ellenőrizhető, hogy ezek valóban kielégítik a feltételeket. .... 2 pont
összesen: 12 pont

2. feladat



Egy háromszög szögei: 40°, 60°, 80°. A szögfelezők közös M metszéspontját az oldalegyenesekre tükrözve, a három tükörkép és a háromszög csúcsai egy hatszöget határoznak meg. Mekkorák a hatszög szögei?

Megoldás:



A keletkezett hatszög A , B , és C csúcsainál rendre 2 x 40°, 2 x 60° és 2 x 80° – os szögek vannak a tükrözés tulajdonságai miatt. ....6 pont

Az M csúcsú háromszög M – nél levő szögei rendre: $180^\circ - (20^\circ + 30^\circ) = 130^\circ$;
$180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$;
$180^\circ - (40^\circ + 20^\circ) = 120^\circ$;
és a tükrözés miatt ezek találhatók a C_1, A_1 és B_1 csúcsokban. ....6 pont
összesen: 12 pont

3. feladat **Péter és Pál egyszerre léptek ki egy tömbház ugyanazon kapuján. Péter lépése 20% -kal hosszabb volt, mint Pál lépése, ellenben Pál ugyanazon idők alatt 20% -kal többet lépett, mint Péter. Melyikük ért előbb az iskolába?**

Megoldás:

	lépéshossz	lépésszám
Péter	a	b
Pál	a*	b*

A feltételekből a = 1,2a* ....3 pont

b* = 1,2b ....3 pont

Az utat a lépéshossz és a lépésszám szorzata adja, ...3 pont

De

ab = 1,2a*b Péter útja ....1 pont

és

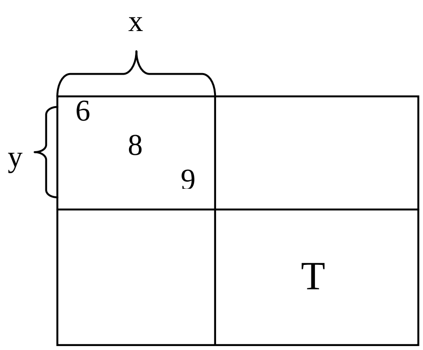
a*b* = a*· 1,2b Pál útja ....1 pont

egyenlő, azaz egyszerre érnek az iskolába. ....1 pont

összesen: 12 pont

4. feladat **Egy téglalapot két, az oldalakkal párhuzamos egyenessel négy kisebb téglalapra vágunk. Három téglalap területét ismerjük: 6 cm^2, 8 cm^2 és 9 cm^2.**
Hány cm^2 a negyedik kis téglalap területe?

Megoldás: Három eset van, attól függően, hogy az ismeretlen területű téglalappal „szemben" melyik ismert területű téglalap van.



Így, ha xy = 6, akkor $8 = x \cdot \frac{4}{3} y$ és

$9 = \frac{3}{2} xy$,

vagyis $\mathbf{T} = \frac{3}{2} x \cdot \frac{4}{3} y = 2xy = 12$ cm^2. ....6 pont

Ha xy = 8, akkor $6 = \frac{3}{4} xy$ és $9 = \frac{9}{8} xy$,

Vagyis $\mathbf{T} = \frac{3}{4} x \cdot \frac{9}{8} y = \frac{27}{32} xy = \frac{27}{4}$ cm^2. ....3 pont

Ha pedig xy = 9, akkor $6 = \frac{2}{3} xy$ és $8 = \frac{8}{9} xy$,

tehát $\mathbf{T} = \frac{2}{3} x \cdot \frac{8}{9} y = \frac{16}{27} xy = \frac{16}{3}$ cm^2. ....3 pont

összesen: 12 pont

M/7

5. feladat **Melyek azok az a és b pozitív egész számok, amelyekre teljesül az**

$$\frac{a(a-1)}{2} = \frac{10}{b}$$ **egyenlet?**

Megoldás: Az egyenletből

$ab(a-1) = 20 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ . ...4 pont

Az a és $a-1$ két egymást követő egész ....2 pont

tehát a fenti osztókból az $1 \cdot 2$ és a $4 \cdot 5$ ....2 pont

az ilyen, vagyis

$a = 2$ vagy $a = 5$, az előbbihez $b = 10$ ....2 pont

míg az utóbbihoz a $b = 1$ tartozik. ....2 pont

összesen: 12 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 60 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **30 pont.**

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több mint heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **35 pont.**

A továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást. A továbbjutáshoz szükséges ponthatárt a versenybizottság állapítja meg, s erről a megyei szervezők megfelelő időben értesítést kapnak.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2008. február

A Versenybizottság