Oktatási Minisztérium
Hétvezér Általános Iskola, Székesfehérvár

M/7

Varga Tamás Matematikaverseny

7. osztályos feladatok megoldásai

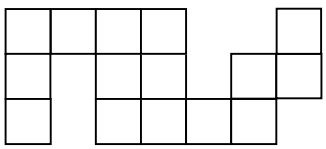
iskolai forduló 2008.

1. feladat Három háznak összesen 144 ablaka van. A legkisebbnek 8-cal kevesebb, mint a nagyság szerinti középsőnek. A legnagyobbnak kétszer annyi ablaka van, mint a más ik kettőnek együttvéve. Melyik háznak hány ablaka van?

Megoldás: A feltételek szerint a 144 háromszorosa a két „kisebb” ház együttvett ablakai számának. .....5 pont
Így a 144 : 3 = 48 ablakból 20 az egyik és 28 a .....2 pont
másik házé, míg a legnagyobbnak 96 ablak jut. .....2 pont
Ezek az ablakszámok kielégítik a feltételeket! .....1 pont

Összesen:10 pont

2. feladat Egy téglalapot oldalaival párhozamos szakaszokkal felosztottunk egységoldalú négyzetekre.



Miután a vonalak mentén levágtuk a téglalap területének $\frac{11}{16}$ részét, megmaradt az ábrán látható alakzat.

Mekkorák lehettek az eredeti téglalap oldalai?

Megoldás: Az eredeti téglalapból megmaradt $\frac{5}{16}$ rész, ...1 pont
ami az ábra szerint 15 egységnégyzet. .....1 pont
Ennélfogva $\frac{1}{16}$-nyi rész 3 egységnégyzet, ...1 pont
tehát a $\frac{16}{16}$ rész $16 \cdot 3 = 48$ egységnégyzet. .....1 pont
A 48-at oly két tényezőre kell bontanunk, amelynek mindegyike legalább 3, ...2 pont
így csak a $3 \cdot 16$, $4 \cdot 12$ és $6 \cdot 8$ jön számításba. .....1 pont
Az oldalak tehát 3 és 16, vagy 4 és 12, illetve 6 és 8 egységnyiek lehettek. .....1 + 1 + 1 pont

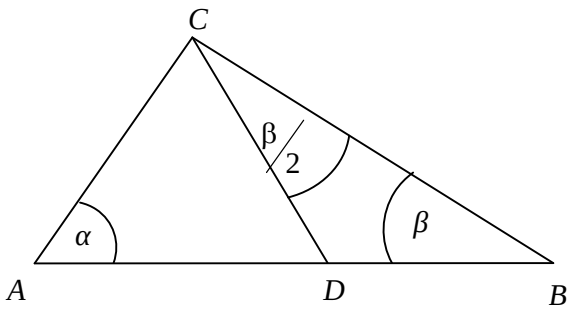
Összesen: 10 pont

3. feladat Hány megoldása van az $x + y + z = 6$ egyenletnek, ha x, y, z nem feltétlenül különböző, nem negatív egészek, és közülük legalább kettő prímszám?

Megoldás: A legalább két prím között az 5, vagy annál nagyobb prím nem lehet, mivel sem az 1, sem a 0 nem prím és a tagok nem negatívak. . .....2 pont
ha 2 szerepel a prímek között, akkor csak a
2 + 2 + 2 ....2 pont
vagy a
2 + 3 + 1 ....2 pont
jöhet szóba.
Az első egyféleképpen, a második hatféleképpen rendezhető 6 -ot adó összeggé ..... ……..2 pont
Ha nincs kettes csak hármas a prímek között, akkor a
3 + 3 + 0 .. ..1 pont
ami összegben a 0 három helyen szerepelhet,
összesen tehát 1 + 6 + 3 = 10 megoldás van. ....1 pont

összesen: 10 pont

4. feladat Az *ABC* háromszögben $\alpha = 54^o$ és $BCD_< = \frac{\beta}{2}$.



Mekkorák lehetnek az *ABC* háromszög szögei, ha az *ACD* háromszög egyenlőszárú !

Megoldás: Az ACD háromszögben háromféleképpen lehet két egyenlő szög.
A külső szögek tétele miatt $ADC_< = 3 \cdot BCD_<$. .....1 pont
1. eset: $\alpha = 54^o = 3 \cdot BCD_<. = ADC_<$, azaz $BCD_< = 18^o$, tehát
az ABC háromszögben $\alpha = 54^o$, $\beta = 36^o$, $ACB_< = 90^o$. .....3 pont

2. eset: $\alpha = ACD_< = 54^o$, tehát $ADC_< = 72^o$, vagyis $BCD_< = 24^o$.
Ezzel $\alpha = 54^o$, $\beta = 48^o$, $ACB_< = 78^o$. .....3 pont

3. eset: $ACD_< = ADC_< = 3 \cdot BCD_< = \frac{180^o - 54^o}{2} = 63^o$, tehát $BCD_< = 21^o$.
Ebből $\alpha = 54^o$, $\beta = 42^o$, $ACB_< = 84^o$. .....3 pont

Összesen: 10 pont

5. feladat Egy lányok számára kiírt atlétikai versenyen egy város minden iskolájából 3 tanuló vett részt. Az elért pontszámok alapján alakult ki a végleges egyéni sorrend. Tudjuk, hogy a verseny végén nem volt két olyan versenyző, akiknek ugyanannyi pontja lett volna. Az egyik iskolából Anna, Bea és Csilla vett részt a versenyen. Anna elért pontszáma a pontszámsorrendnek épen a középső pontszáma volt, és a 3 lány közül ő szerepelt a legjobban. Bea 19-edik, Csilla 28-adik lett. Hány iskola tanulói vettek részt a versenyen?

Megoldás: A feltételek szerint a versenyzők száma a 3-nak többszöröse, ...2 pont
míg a pontosan középen lévő pontszám miatt csak a 3 páratlan többszörösei jöhetnek szóba. 2 pont
A 28 utáni első – a fentieket kielégítő szám – a 33. .....3 pont
Ez meg is felel, mert így Anna a 17. helyezett
és előtte meg mögötte 16-16 versenyző végzett, és ezek között van Bea és Csilla is. .....2 pont
A 33-nál több versenyző esetében Anna hátrébb végezne, mint Bea,
ezért ezek az esetek már nem jöhetnek számításba,
tehát 11 iskola 33 versenyzője vett részt a versenyen. ....1 pont

Összesen:10 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 50 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **20 pont.**

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több mint heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **25 pont.**

A továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást. A továbbjutáshoz szükséges ponthatárt a versenybizottság állapítja meg, s erről a megyei szervezők megfelelő időben értesítést kapnak.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2008. november

A Versenybizottság