M/8

Varga Tamás Matematikaverseny

8. osztályos feladatok megoldásai

iskolai forduló 2009.

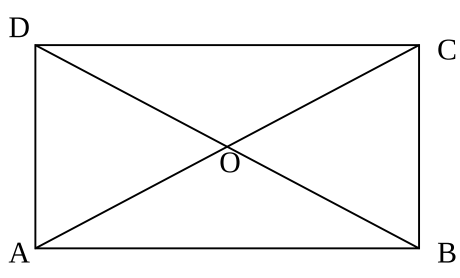
1. feladat **Mihály gazdának van néhány lova. Minden lónak naponta egy -egy tarisznya zabot ad, és így egy láda zab 20 napra elég. A múlt hónapban vett még egy lovat, így a láda zab már 18 nap alatt elfogyott, mert mint eddig, mindegyik lónak minden nap egy -egy tarisznya zabot ad. Hány lova van Mihály gazdának?**

Megoldás: x darab ló a láda zabot 20 nap alatt éli fel,
így 1 ló a láda zabot 20x napig ehetné. ....3 pont
x + 1 ló a láda zabot 18 nap alatt eszi meg,
azaz egy ló 18(x + 1) nap alatt enné fel a láda zabot. ....3 pont
Azaz
$18(x + 1) = 20x$, ...2 pont
amiből $x = 9$. ....1 pont

Mihálynak tehát 10 lova van. ....1 pont
összesen: 10 pont

2. feladat **Az *ABCD* téglalap egyik oldala 10 cm, egyik átlója 20 cm hosszú.**
   a) Mekkora az átlók szöge?
   b) Mekkora az átlóknak az oldalakkal bezárt szöge?

Megoldás:



a) A téglalap átlói egyenlők és felezik egymást, ...2 pont
tehát AO = OD = AD = 10 cm, ...2 pont
azaz az ADO szabályos, ...1 pont
vagyis az átlók szöge 60^o. ....1 pont

b) A fentiekből adódik, hogy egy átló az oldalak
egyikével 60^o-os, ...2 pont
másikával 30^o-os szöget zár be. ....2 pont
összesen: 10 pont

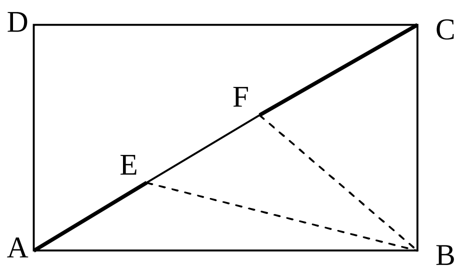
M/8

3. feladat **Egy öttagú társaságban Ali egy, Béla kettő, Csák három, míg Dani négy barátját találja. Hány barátját találja Elemér, a társaság ötödik tagja? (A barátságok kölcsönösek.)**

Megoldás: Dani mindenkinek barátja, így Elemérnek is. ....2 pont
Alinak tehát nincs más barátja. ....2 pont
Csák így Danin kívül Bélának is, és Elemérnek is barátja. ....2 pont
Mivel Béla két barátja Dani és Csák, ...2 pont
Elemérnek két barátja van: Dani és Csák. ....2 pont
összesen: 10 pont

4. Az *ABCD* téglalap *AC* átlóján felvettük az *E* és *F* pontokat úgy, hogy $AE < AF$ **és** $2\cdot\left(AE+FC\right)=3\cdot EF$ **. Hányad része a téglalap területének az *EBF* háromszög területe?**

Megoldás:



A feltétel miatt $EF=\frac{2}{5}AC$, ...3 pont
Tehát a magasságok egyenlősége
az ABC és a BEF háromszögekben
a területek arányára is $\frac{2}{5}$-öt ad, ...3 pont
de az ABC területe fele a téglalapénak, ...2 pont

vagyis a keresett területarány $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$. ....2 pont
összesen: 10 pont

M/8

5. feladat **Egyszerűsíthető-e az alábbi tört?**

$$\frac{2010^{2009}+7^{13}-13^{7}}{2009^{2010}+7^{13}+13^{7}}$$

Megoldás: A 7 hatványainak utolsó jegye rendre: 7, 9, 3, 1, 7, 9, ...1 pont
vagyis a 7^{13} utolsó jegye a 7. ....1 pont
A 13 hatványainak utolsó jegye rendre: 3, 9, 7, 1, 3, 9, ...1 pont
tehát 13^{7} utolsó jegye szintén 7, ...1 pont
a számláló tehát 10-nek többszöröse. ....1 pont

A 2009 hatványok utolsó jegye rendre: 9, 1, 9, 1, ...1 pont
ezzel a 2009^{2010} utolsó jegye az 1 ....1 pont
a fentiek miatt a nevező további két tagjának
utolsó jegye 7 és 7, így ....1 pont
a nevezőben levő összeg utolsó jegye 5 ....1 pont
tehát legalább 5-tel egyszerűsíthetünk. ....1 pont
összesen: 10 pont

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése 1 pontot ér. Több megoldásból csak egy (lehetőleg a jobbik) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. *Az elérhető maximális pontszám 50 pont.*

Az **I. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma legfeljebb heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **20 pont.**

A **II. kategóriába** tartozó versenyzők – akiknek a kötelező matematika óraszáma több mint heti 4 óra – dolgozatainak továbbküldési ponthatára **25 pont.**

A továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást. A továbbjutáshoz szükséges ponthatárt a versenybizottság állapítja meg. A ténylegesen továbbjutott tanulókat a megyei szervezők értesítik.

Kérjük a kollégákat, hogy feltűnően írják rá a versenydolgozatokra, a tanuló neve mellé a megfelelő kategóriát!

Köszönjük a munkájukat!

Székesfehérvár, 2009. november

A Versenybizottság