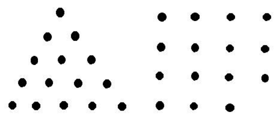
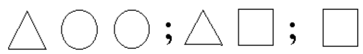
1980. évi verseny

1. 15 golyót az ábrán látható módon el lehet rendezni háromszög alakban, de nem lehet elrendezni négyzet alakban (egy hiányzik). Ha 50 golyónk van, akkor ezek közül hányat lehet úgy kiválasztani, hogy a kiválasztott golyók háromszög alakban és négyzet alakban is elrendezhetők legyenek?



2. Az $123_{\square}$ számot tíznél kisebb alapszámú számrendszerben írtuk fel. Tudjuk, hogy a szám 2-vel osztva 1-et, 3-mal osztva 0-át, 4-gyel osztva 3-at ad maradékul. Mi lehet az alapszám?

3. Egy háromjegyű szám számjegyeit összeszorozzuk, majd a kapott szám számjegyeit szorozzuk össze. A kiinduló számot és a két szorzatot a következő módon ábrázolhatjuk: (azonos alakú jelek azonos számjegyeket jelölnek). Mi volt a kiinduló szám? Indokold meg válaszodat!



4. Egy négyzetes oszlop alaplapja 4 cm oldalélű négyzet, magassága 3 cm. Az oszlopot piros festékkel befestjük, majd 1 cm oldalélű kis kockákra vágjuk. Hány olyan kocka lesz, amelynek 3, 2, 1, 0 lapja piros?

1981. évi verseny

1. Ki lehet-e fizetni 500 forintot 12 pénzdarabbal úgy, hogy csak 5, 20 és 50 forintosokkal fizetünk?

2. Egy mérleghintán Pisti és egy kutya 5 dobozt tart egyensúlyban, két macska és egy kutya viszont három dobozt; egy kutya 4 macskát tud egyensúlyozni. Hány macskát tart egyensúlyban Pisti?

3. Mutasd meg, hogyan lehet szétvágni egy négyzetet 20 kisebb négyzetre!

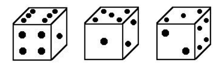
4. Egy négyzetről és egy téglalapról a következőket tudjuk:
— területük egyenlő;
— a négyzet kerülete 4/5 része a téglalap kerületének;
— a téglalap hosszabb oldala 4-szerese a rövidebbnek;
— mind a kerülethez, mind a területhez, mind pedig az oldalakhoz tartozó mérőszám egész szám és kisebb 100-nál.

Mekkora oldalú négyzetről és téglalapról lehet szó?

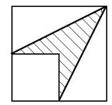
1982. évi verseny

1. Az Állami Biztosító 1979-ben a tanulóbalesetekre több, mint 23 millió forintot fizetett ki. Ebből a
a) kísérleteknél és egyéb tantermi foglalkozásoknál;
b) gyakorlati foglalkozásokon és
c) kirándulásokon
történt balesetekért összesen 189 ezer forintot fizettek ki. Mennyit fizettek ki külön-külön a b) és c) kategóriákba sorolt balesetekért, ha az a)-ra 33 ezer forint jutott, és a c)-re fizetett összeg annyival volt több ennél, mint amennyivel kevesebb volt a b)-re kifizetett összegnél?

2. Egy dobókocka három helyzetét rajzoltuk fel. Hány pont van az egyes helyzetekben az alsó lapon? Állításodat indokold meg!



3. A vonalkázott rész hányadrésze a négyzet területének? (Az oldalakon felezőpontokat vettünk fel.)

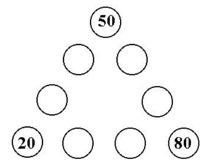


4. Egy könyvsorozat kötetei 7 évenként jelennek meg. Amikor a 7. kötet megjelent, akkor a megjelenési évszámok összege 13 727 volt. Melyik évben jelent meg a sorozat első kötete?

1983. évi verseny

1. Az Állami Biztosító 1981-ben 42 millió forinttal több kártérítést fizetett ki az üvegtörésből származó károkra, mint a betörésből származókra. A csőrepedésekre kifizetett kártérítés 22 millió forinttal volt több az üvegtörésre kifizetett összegnél. Végül a tűzkárokra 1 millió forinttal még többet fizettek, mint a csőrepedés miatti károkra. Mennyit fizetett ki az Állami Biztosító külön-külön az egyes kárfajtákért, ha a négyféle kártérítés összege együttesen 291 millió forint volt?

2. Az ábrán látható hat üres körbe írd be a 10, 30, 40, 60, 70 és 90 számokat úgy, hogy a „háromszög" mindhárom oldala mentén a számok összege 200 legyen!



3. Melyik nagyobb: $\frac{3}{4}$ vagy $\frac{3000001}{4000001}$?

4. Egy kocka éleinek felezőpontjait megjelöltük, a szomszédosokat összekötöttük és az összekötő szakaszok mentén a kocka mindegyik sarkát „levágjuk". Az így kapott testet háromszöglapok és négyzetek határolják. Hány háromszöglap és hány négyzetlap határolja a testet? Hány csúcsa és hány éle van? Próbáld meg lerajzolni a testet!

1984. évi verseny

1. Pétertől, aki általános iskolás, megkérdezik, hány éves. Ő ezt válaszolja: ,,Édesapám életkorát ma ugyanazzal a két számjeggyel lehet leírni, mint születésemkor.” Hány éves Péter?

2. Egy szabályos (egyenlő oldalú) háromszög alakú céltábla oldala 1 m. A céltáblát 10 lövés eltalálta. Igazoljuk, hogy van két olyan találat, amelyek 34 cm-nél közelebb vannak egymáshoz!

3. Erzsi elkezdte írni az egész számokat 1-től kezdve, és most már a 2893. számjegyet írja. Melyik számot írja most?

4. Az Állami Biztosító 1980-ban 6,2 millió forinttal kevesebbet fizetett ki tanulóbiztosításokra, mint 1981-ben; 1982-ben pedig 0,8 millió forinttal többet, mint az 1980. évi kifizetés kétszerese. Hány millió forintot fizettek ki 1980-ban, 1981-ben és 1982-ben külön-külön, ha a három év alatt 65 millió forint volt a tanulóbiztosításra kifizetett összeg?

1985. évi verseny

1. Csaba felírt a táblára egy csupa 1-esekből álló (tízes számrendszerben felírt) számot. Kivont belőle 9-et, majd az eredményt elosztotta 9-cel. Így egy érdekes nyolcjegyű számot kapott.

Melyik volt ez a nyolcjegyű szám?

2. 18 pénzdarab van a zsebemben, csupa 2 és 5 forintos. Ha annyi ötösöm lenne, mint ahány kettesem van, és annyi kettesem, mint ahány ötösöm, akkor kétszer annyi pénzem lenne, mint amennyi van.

Mennyi pénzem van?

3. Hogyan lehet 7 egyforma kenyeret igazságosan elosztani 12 éhes vándor között úgy, hogy egyik kenyeret se kelljen 12 részre vágni? Próbáld meg minél kevesebb vágással megoldani!

4. Rajzoljatok egy négyzetrácsos (,,kockás”) papírra olyan sokszögeket (lehetnek konkáv sokszögek is), amelyek oldalegyenesei rácsegyenesek. Azt tapasztaljátok, hogy minden ilyen sokszög oldalainak száma páros. Indokoljátok meg, miért!

1986. évi verseny

1. Milyen számjegyeket kell írni a, b és c helyére, hogy a (tízes számrendszerben felírt) $2abc6$ alakú szám maradék nélkül osztható legyen 1986-tal?

2. Adott a síkon 5 pont. Kössük össze egyenesekkel az összes lehetséges módon ezeket a pontokat. Hány különböző egyenest kaphatunk?

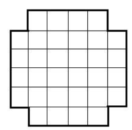
3. Számozzuk meg sorra az 1986. év napjait, például január 1. az 1-es sorszámot kapja, február 5. a 36-ost. Vezessük be a napok szorzatértékének a fogalmát. Ezt úgy kapjuk, hogy a nap dátumában szereplő két számot, a hónap sorszámát és a ,,hányadikát” összeszorozzuk. Például április 11-e szorzatértéke $4 \cdot 11 = 44$. Hány olyan nap van 1986-ban, amelynek a sorszáma és a szorzatértéke egyenlő?

4. Egy kocka csúcsaihoz úgy akarjuk odaírni az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számokat, hogy az egy él két végpontjához írt számok összege minden élre különböző legyen. Meg lehet ezt tenni?

1987. évi verseny

1. A következő szorzásban a $\star$-ok helyére írjatok olyan számjegyeket, hogy az eredményül kapott művelet helyes legyen: $13 \cdot \star 2 \star = 2 \star \star 1$.

2. Szét lehet-e vágni a vastag vonalakkal határolt síkrészt nyolc egybevágó (egyforma) alakra? Milyen darabokat kaphatunk?



3. Az 1, 2, 3, ..., 10, 11 számokat felírtuk egy-egy cédulára, összekevertük és két dobozba raktuk szét a cédulákat. Anti összeadta az egyik dobozban levő cédulákra írt számokat, Bea a másik dobozba került cédulákon állókat. — Érdekes — mondta Bea — az én számom éppen hatszorosa annak, amit Anti kapott. — Akkor nem jól számoltunk. — jelentette ki Anti. Igaza van Antinak? Miért?

4. Az országos döntő második fordulójába kilenc ötödikes került be, lányok és fiúk vegyesen. Itt a lányok hat tized része legalább két feladatot oldott meg hibátlanul. Hány ötödikes fiú és hány ötödikes lány került az országos döntő második fordulójába?

1988. évi verseny

1. Két egész számot nevezzünk egymás tükörképének, ha ugyanazokból a számjegyekből áll, csak fordított sorrendben (például 246 és 642 egymás tükörképei). Két tükörkép szám szorzata 92 565. Melyik ez a két szám?

2. Egy 6 cm élű kocka minden csúcsát levágjuk egy-egy olyan síkkal, amely a csúcsból kiinduló éleket a csúcstól 2 cm távolságra metszi. Hány lapja, éle és csúcsa van az így kapott testnek?

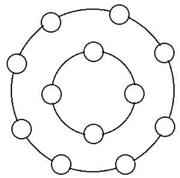
3. András, Béla, Csaba, Dani és Eszter egy kirakatban piros, kék, sárga és fehér labdákat látnak meg. A következőket veszik észre:

András: Piros és kék összesen 5 van. Dani: Fehérből van a legtöbb.
Béla: Kék és sárga összesen 8 van. Eszter: Pont 19 labda van a kirakatban.
Csaba: Kékből van a legkevesebb.

Hány fehér labda volt a kirakatban?

4. Egy téglalapot kettévágtam egy egyenessel, majd a kapott részek egyikét is két sokszögre vágtam egy egyenessel, és így tovább. A századik vágás után megszámoltam a keletkezett sokszögek csúcsait. Összesen 300 csúcsot számoltam. Lehetséges ez? Miért?

1989. évi verseny

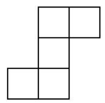


1. Az 1-től 12-ig terjedő számokat írjuk be az ábrán látható kis körökbe úgy, hogy a külső körön levő számok összege kétszerese legyen a belső körön levő számok összegének és belülre csak páros számok kerüljenek!

2. Egy mennyezetre 12 lámpát függesztenek fel úgy, hogy azok 6 egyenesen legyenek és minden egyenesen 4 lámpa helyezkedjen el. Készíts tervrajzot: hogyan lehet ezt a felfüggesztést megvalósítani!

3. A következő összeadásban azonos betűk azonos, különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Mit jelölhetnek az egyes betűk?

$$\begin{array}{r} ABCD \\ ABC \\ AB \\ +\quad A \\ \hline 1989 \end{array}$$



4. Az ábrán öt egybevágó, egységoldalú négyzetből álló hálózatot láttok. Két vágással kell három részre vágni úgy, hogy a kapott részekből 5 egység területű négyzetet lehessen összeállítani. Hol kell elvágni a hálózatot?

1990. évi verseny

1. Két zsebemben együttvéve 200 Ft van. Ha az egyikben levő összeg negyedrészét és még 20 Ft-ot átteszek a másikba, akkor mindkét zsebemben ugyanannyi pénz lesz. Mennyi pénz volt eredetileg az egyik és a másik zsebemben?

2. Az óra kis- és nagymutatója pontosan 12 órakor egybeesik. Legközelebb mikor esnek újra egy egyenesbe?

3. Egy 3 cm élű kocka mindegyik lapját 9 egybevágó kis négyzetre osztottuk. Mindegyik lapon kiválasztjuk a középső kis négyzetlapot és erre merőlegesen a szemközti lapig egy négyzetes oszlopot kifúrunk a kockából. Mennyi lesz az így kapott „lyukas" test térfogata és felszíne?

4. Hány kétjegyű páratlan szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 számjegyekből, ha egy számban mindegyik számjegyet legfeljebb csak egyszer használhatjuk fel?

1991. évi verseny

1. Egy kocka minden lapjára síkot fektetünk rá. Hány részre osztják ezek a síkok a teret? Állításodat indokold!

2. Melyik az a legkisebb (tízes számrendszerben felírt) pozitív egész szám, amelynek utolsó számjegye 6, és ha az utolsó helyről a 6-os számjegyet az első helyre tesszük (a többi számjegy változatlanul marad), akkor a szám négyszeresét kapjuk?

3. Egy futballcsapat 11 játékosának átlagos életkora 22 év. Szabálytalanság miatt az egyik játékost kiállították. Így a játékosok átlagéletkora pontosan 21 év lett. Hány éves a kiállított játékos?

4. A KMBK verseny döntőjében 11 tanuló került egy terembe, volt köztük ötödikes, hatodikos, hetedikes és nyolcadikos is. Leültethetők-e a tanulók egy kerek asztal köré úgy, hogy bármelyik öt egymás mellett ülő tanuló közt legyen mind a négy osztályból?

1992. évi verseny

1. Ha négyszer annyi pénzem lenne, mint amennyi van, akkor vagyonom annyival lenne több ezer forintnál, mint amennyi most hiányzik belőle. Hány forintom van?

2. Legfeljebb hány közös pontja lehet egy háromszög és egy négyszög kerületének, ha a két kerületnek nincs közös szakasza?

3. Melyik az a négy pozitív egész szám, amelyeket páronként összeadva a következő számokat kapjuk: 4, 5, 7, 8, 10, 11 ?

4. Van-e olyan négyzet, melyre igaz, hogy a kerületének és a területének mérőszáma megegyezik? Van-e olyan kocka, amelyre igaz, hogy felszínének és térfogatának mérőszáma megegyezik?

1993. évi verseny

1. Hány olyan háromjegyű szám van, amelyben a páratlan számjegyek száma páratlan? Állításodat indokold!

2. Van 60 darab egybevágó (egyforma) kis kockánk. Hányféle különböző méretű téglatestet lehet ezekből összerakni? (A téglatesthez mindegyik kis kockát fel kell használni!)

3. Bizonyítsd be, hogy ha 1-től kezdve összeadjuk a természetes számokat egy olyan számig, amelyiknek a tízes számrendszerbeli alakja 5-re végződik, 5-tel osztható számot kapunk!

4. Keress olyan különböző számjegyekből álló háromjegyű számot, amelyre igaz, hogy két olyan háromjegyű szám összegeként állítható elő, amelyeknek ugyanazok a számjegyei, csak más sorrendben!

1994. évi verseny

1. Hány olyan ötjegyű szám van, amelyet ha „hátulról” előre olvasunk, ugyanazt a számot kapjuk (például ilyen szám: 12321)?

2. Igaz-e, hogy ha egy tetszőleges háromjegyű számot kétszer egymásután írunk (például: 134 134), akkor az így kapott hatjegyű szám osztható 13-mal? Válaszodat magyarázd meg!

3. Négy egyforma (egybevágó) kockából hány különböző alakú összefüggő „testet” lehet összeragasztani, ha bármelyik két kockát mindig csak úgy ragaszthatjuk össze, hogy egy-egy lapjuk fedje egymást?

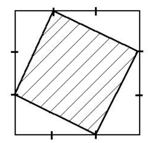
4. Lehet-e két páratlan szám négyzetének összege is egy egész szám négyzete?

1995. évi verseny

1. Két városból egyszerre indul el egymással szemben egy teherautó és egy személyautó. Állandó sebességgel haladnak, a teherautó 6 óra, a személyautó 4 óra alatt teszi meg a két város közti utat. Indulásuk után mennyi idő múlva találkoznak?

2. Eszter 1995-ben éppen annyi idős, mint születési évszáma számjegyeinek összege. Hány éves most Eszter?

3. Az ábrán látható nagy négyzet oldala 3 egység. Az oldalait 3–3 egyenlő részre osztottuk és a megfelelő osztópontokat összekötöttük. Mekkora az így kapott négyzet területe?



4. Hány olyan tízes számrendszerbeli, 10 000-nél kisebb pozitív egész szám van, amelynek számjegyei között sem az 1, sem a 7 nem szerepel?

1996. évi verseny

1. Hányféleképpen lehet felváltani egy 100 forintost 5, 10 és 20 forintosokra?

2. A háromjegyű számok között melyikből van több, amelyiknek minden számjegye páros, vagy amelyiknek minden számjegye páratlan? Miért?

3. 27 darab 1 cm élű kis kockából egy nagy kockát építünk. Ezután minden lap közepéről kiveszünk egy kis kockát és a nagy kocka közepéről is kivesszük az ott levő kis kockát. Mekkora lesz a megmaradó test felszíne és térfogata?

4. Amikor Péter 9 éves volt, édesapja éppen 33 éves lett. Most édesapja kétszer annyi idős, mint Péter. Hány éves most Péter?

1997. évi verseny

1. Függönyanyagot vásárolunk, amit megvarrás előtt kimosunk. Tudjuk, hogy mosáskor az anyag hosszában $\frac{1}{16}$ részével, szélességben $\frac{1}{18}$ részével összemegy (ekkora résszel kisebb lesz). Hány m^2 anyagot vásároljunk, ha mosás után 51 m^2 anyagra van szükségünk? (A függöny anyagot téglalap alakú darabokban adják.)

2. Egy klub tagjai összejövetelükre egy termet bérelnek. Összesen tízen vettek részt az ülésen. A bérleti díjat a résztvevők fizetik ki, mindenki ugyanannyit. Ha 5-tel többen lettek volna, akkor fejenként 1000 Ft-tal kevesebbet kellett volna fizetni a teremért. Mennyi terembért fizettek összesen?

3. Van 48 darab egyforma (egybevágó) kockánk. Hányféle különböző alakú téglatestet lehet ezekből összerakni, ha egy-egy téglatestnél mindet fel kell használni?

4. Mennyi azoknak a kétjegyű számoknak az összege, amelyeknek vagy mindkét jegye páratlan, vagy mindkét jegye páros?

1998. évi verseny

1. Egy ládából Bence egyik nap kiveszi az almák egyharmadát. Másnap újra kiveszi a még ládában maradt almák egyharmadát. Harmadik nap újra kiveszi a megmaradt almák egyharmadát. Így végül 8 alma maradt a ládában. Hány alma volt eredetileg benne?

2. Egy apa 70. születésnapjának megünneplésére összejött mind a 6 fia. A fiúk közti korkülönbség 4–4 év, és a legidősebb kétszer annyi éves, mint a legfiatalabb. Hány évesek a fiúk?

3. Van 36 darab egyforma (egybevágó) fakockánk. Hány különböző tömör téglatestet lehet ezekből építeni, ha egy-egy téglatesthez mindet fel kell használni?

4. A következő szorzásban a $\star$-ok helyén álló számjegyek elmosódtak:

$$\star 2 \star \cdot 13 = 2 \star \star 1.$$

Határozd meg a hiányzó számjegyeket!

1999. évi verseny

1. Felírtuk a pozitív egész számokat 1-től 16-ig egy-egy cédulára. Két csoportra lehet-e osztani a cédulákat úgy, hogy az egyik csoportban a cédulákra írt számok összege 15-szöröse legyen a másik csoportba tartozó cédulákra írt számok összegének?

2. Egy kocka minden lapját pirosra vagy kékre festhetjük. Hány különböző kockát tudunk így készíteni, ha csak azokat a kockákat tekintjük különbözőnek, amelyeket elmozgatással nem lehet fedésbe hozni?

3. Határozzuk meg azt a három törtet, amelyeknek számlálója 1, nevezői különböző pozitív egész számok, összegük kisebb $\frac{1}{2}$-nél, de a lehető legközelebb van $\frac{1}{2}$-hez!

4. Hány olyan ötjegyű tízes számrendszerben felírt pozitív egész szám van, amely balról jobbra olvasva ugyanazt jelenti, mint jobbról balra olvasva (pl.: 12321 vagy 10501)?

2000. évi verseny

1. A ház körüli veteményes kertet az apa egyedül 2 óra alatt tudja felásni. Bence, a nagyobbik fiú egyedül 3 óra alatt, Csaba a kisebbik fiú egyedül 6 óra alatt ásná fel. Mennyi ideig tart a munka, ha mindhárman együtt dolgoznak?

2. Egy matematikaversenyen, ahol 10 ötödik osztályos vett részt, 5 feladatot kellett megoldani. A versenyzők összesen 35 feladatmegoldást adtak be. Tudjuk, hogy volt olyan versenyző, aki csak 1, volt olyan, aki 2 és volt olyan is, aki 3 feladat megoldását adta be. Mutassuk meg, hogy volt olyan versenyző is, aki mind az öt kitűzött feladatot megoldotta! (Részletes indoklást írj!)

3. Szét lehet-e vágni egy kockát 20 kisebb kockára, és 50-re? Ha igen, hogyan?

4. Előfordulhat-e, hogy egy évben semelyik hónap első napja sem vasárnap? (Válaszodat indokoljad meg!)

2001. évi verseny

1. Hány különböző alakú téglalapot lehet összeállítani 72 darab egyforma (egybevágó) négyzetlapból, ha egy-egy téglalaphoz mindegyik négyzetlapot fel kell használni?

2. Andi, Cili és Gabi testvérek. Andi kétszer olyan idős, mint Gabi lesz akkor, amikor Cili annyi idős lesz, mint Andi most. Ki a legidősebb, ki a középső, és ki a legfiatalabb a testvérek közül?

3. Egy parkolóban 25 autó állt. Háromszor annyi Szuzuki volt ott, mint Opel, és kétszer annyi Volkswagen, mint Fiat. Tudjuk, hogy a parkolóban álló Opelek nem voltak egyforma színűek. Melyik autóból hány parkolt ott?

4. Adva van az $ABCD$ négyzet (az oldala 2 cm). Keressük meg azokat a P pontokat a négyzet síkjában, amelyekre a következő négy háromszög mindegyike egyenlő szárú: ABP, BCP, CDP, DAP!