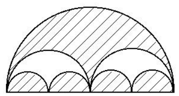
1980. évi verseny



1. A következő díszítő elemet félkörökből raktuk össze. A bevonalkázott rész területe hányad része a nagy félkör területének?

2. Azonos a 7. osztályosok 1980. évi versenyének megyei fordulóján kitűzött 4. feladattal.

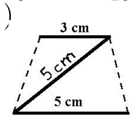
3. Pisti azt tapasztalta, hogy ha egy négyjegyű számhoz hozzáadja a fordítottját (azt a számot, amelyet az eredeti szám jegyeinek fordított sorrendbe írásával kaptunk), akkor az összeg mindig osztható 11-gyel. A két szám különbségéről azt találta, hogy mindig osztható 9-cel. Igaza van-e? Magyarázd meg a tapasztalatot! Mit tapasztalsz, ha ötjegyű számokkal is próbálkozol?

4. Öt papírlapunk van. Ezek közül néhányat öt darabra vágunk, majd a kapott darabok közül újra öt darabra vágunk néhányat. Ezt az eljárást egy darabig folytatjuk, majd összeszámoljuk a papírokat és azt találjuk, hogy összesen 1980 papírdarabunk van. Jól számoltunk-e?

5. Az ABC derékszögű háromszögben $AC = BC = 4\,\text{cm}$. Keressétek meg a háromszögben az összes olyan pontot, amelyekre igaz, hogy az AC és BC befogóktól mért távolságuk összege legfeljebb 2 cm. Ezek a pontok a háromszögben egy síkidomot alkotnak, ezt kivágjuk a háromszögből. Mekkora a megmaradó rész területe?

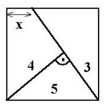
1981. évi verseny

1. Számítsd ki a következő szorzat értékét! $(1-\frac{1}{4})\cdot(1-\frac{1}{9})\cdot(1-\frac{1}{16})\cdot$ $\cdot(1-\frac{1}{25})\cdot(1-\frac{1}{36})\cdot(1-\frac{1}{49})\cdot(1-\frac{1}{64})\cdot(1-\frac{1}{81})\cdot(1-\frac{1}{100})$



2. Írd le, hogyan szerkesztenéd meg az ábrán látható Z betűt, ha tudjuk, hogy a szaggatott vonalakkal jelölt szakaszok egyenlők!

3. Az Állami Biztosító 1979-ben 2016 millió Ft-ot fizetett ki 1276 ezer káresetért a lakosság részére. Az előző évhez képest 14%-kal nőtt a káresetek száma és 20%-kal a kifizetett összeg. Mennyit fizettek ki átlagosan egy-egy lakossági kárra 1979-ben és mennyit 1978-ban?



4. A négyzet oldala 5 cm, egyik oldalára az ábrán látható módon olyan derékszögű háromszöget szerkesztettünk, amelynek befogói 3 cm és 4 cm. Mekkora az x-szel jelölt szakasz?

5. Adott 50 különböző egyenes. Ezek közül pontosan 15 párhuzamos egymással és másik 10 áthalad egy P ponton. Legalább hány pontban és legfeljebb hány pontban metszheti egymást az 50 egyenes?

1982. évi verseny

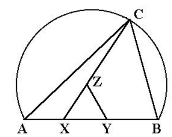
1. Bizonyítsd be, hogy ha egy tetszőleges kétjegyű számot háromszor egymás után írsz, akkor az így kapott hatjegyű szám osztható 13-mal!

2. Egy adott körbe és köré is szabályos hatszöget rajzolunk. Állapítsd meg a két hatszög területének arányát!

3. Egy szabályos dobókocka hat oldalára a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számokat írtuk. Egymás után dobunk, minden dobás értékét felírjuk és a kapott számokat összeadjuk. Akkor állunk meg, amikor az összeg 12-nél nagyobb lesz. Ha sokszor elvégezzük ezt a játékot, mi lesz a leggyakrabban előforduló összeg, ahol megállunk? Állításodat indokold!

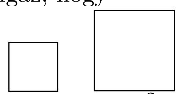
4. Karcsi tegnap elmesélte Tamásnak, hogy 1982 februárjában kerékpárra gyűjtött. Édesapjától minden nap ugyanannyi forintot kapott, édesanyjától is kapott minden második nap azonos számú 5 Ft-ost. Még a nagymamájától is kapott valamennyi pénzt, de csak arra emlékezett, hogy ez 100 és 110 Ft között volt. Összesen 945 Ft-ja gyűlt össze. Tamás gyorsan kiszámolta, mennyit kapott a nagymamától. Mennyit kapott?

5. Az AB szakaszt az X és Y pontokkal három egyenlő részre osztottuk és az XY fölé egyenlő oldalú háromszöget szerkesztettünk, amelynek harmadik csúcsa Z. A Z pont körül $AZ = BZ$ sugárral kört rajzolunk, amelyet az ábrán látható módon XZ meghosszabbítása a C pontban metsz. Mekkorák az ABC háromszög szögei?



1983. évi verseny

1. Melyek azok az n természetes számok, amelyekre igaz, hogy
$$\frac{1}{4} < \frac{n}{n+12} < \frac{1}{3}?$$



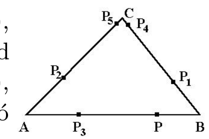
2. Szerkessz olyan négyzetet, amelynek területe az adott két négyzet területének különbségével egyenlő!

3. Helyettesítsd számjegyekkel a szorzásban az x-eket! (Az x-ek nem feltétlenül azonos számjegyeket jelölnek!) Indokolj is!

$$\begin{array}{r} \underline{xxx} \cdot x2x \\ x8x \\ xx7x \\ \underline{xxx} \\ xxx42x \end{array}$$

4. Lehetséges-e az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből — ezeket alkalmas sorrendbe rakva — olyan hatjegyű számot felírni, amely 11-gyel osztható?

5. Az ABC háromszög oldalainak hossza 5, 6 és 7 cm. Az AB oldal egy P pontját B körül ráforgatjuk a BC oldalra (P_1), ezt C körül AC-re (P_2), ezt A körül AB-re (P_3), majd ezt ismét B körül BC-re (P_4), ezt C körül AC-re (P_5), végül ezt A körül AB-re. Bizonyítsd be, hogy ez az utolsó pont egybeesik P-vel!



1984. évi verseny

1. Klári 3 éves és két fiútestvére életkorának szorzata megegyezik a három testvér életkorának összegével. Hány évesek a fiúk?

2. Egy szabályos hatszög és egy 2 cm^2 területű szabályos háromszög kerülete egyenlő. Mekkora a hatszög területe?

3. Két kétjegyű számot összeszorzunk, a szorzat értéke A. Ezután mindkét számban megfordítjuk a számjegyek sorrendjét, s az így kapott számokat szorozzuk össze, a szorzat értéke B. Igazoljuk, hogy $A - B$ osztható 99-cel!

4. A szokásos dominókészlet, amelyben az egyes dominókon 0-tól 8-ig szerepelnek a számok, összesen 45 dominót tartalmaz. Hány dominóból állna egy teljes dominókészlet, ha az egyes dominókon 0-tól 16-ig szerepelnének a számok?

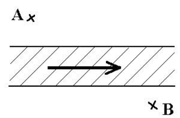
5. Ugyanabba a körbe egy szabályos ötszöget és egy szabályos háromszöget szerkesztettünk (a sokszögek csúcsai a körön vannak). Hogyan szerkesztenél a körbe ezek segítségével szabályos 15-szöget?

1985. évi verseny

1. Egy adott iránnyal párhuzamosan húzunk 5 egyenest, egy másik iránnyal párhuzamosan ugyanebben a síkban 3 egyenest. Hány paralelogrammát határoz meg ez a 8 egyenes?

2. Bizonyítsd be, hogy a $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \ldots + 7^{18} + 7^{19} + 7^{20}$ összeg osztható 100-zal!

3. Az A pontból át kell mennünk a B pontba úgy, hogy a bevonalkázott úttesten csak az út irányára merőlegesen mehetünk. Rajzold meg a legrövidebb utat, ami kielégíti ezt a feltételt! Állításodat indokold meg!



4. Keresd meg mindazokat a tízes számrendszerben felírt számokat, amelyek számjegyeik összegének 13-szorosai!

5. A gyümölcsbolt kirakatában az almákat és a körtéket „háromszögalakban" rendezték el. A legfelső sorban egy alma volt, a következőben két körte, a harmadikban 3 alma, a negyedikben 4 körte, és így tovább. Hány alma és hány körte van a kirakatban, ha összesen $2n$ sor gyümölcs van?

1986. évi verseny

1. Tudjuk, hogy p 5-nél nagyobb törzsszám. Milyen maradékot kaphatunk, ha p^2-et 30-cal osztjuk?

2. Adott egy 33 oldalhosszúságú szabályos háromszög. Bontsuk fel ezt 1-nél több, de a lehető legkevesebb számú, egész oldalhosszúságú szabályos háromszögre!

3. Bizonyítsd be, hogy bármely háromszög feldarabolható n darab ($n \geq 4$) egyenlő szárú háromszögre!

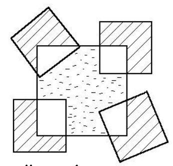
4. Négy egymást követő páratlan szám szorzata 9-re végződik. Milyen számjegy áll a szorzatban a 9 előtt?

5. Egy háromszögben meghúztuk az egyik csúcsból kiinduló magasságvonalat és súlyvonalat. Ez a két egyenes a csúcshoz tartozó szöget három egyenlő részre osztja. Hány fokosak a háromszög szögei?

1987. évi verseny

1. Fel lehet-e bontani az 1, 2, 3, …, 1985, 1986 számokat két csoportba úgy, hogy mindkettőben páratlan legyen a számok összege?

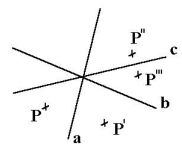
2. Felrajzoltunk egy 4 cm oldalú és négy 2 cm oldalú négyzetet. Bizonyítsd be, hogy a pontozott terület egyenlő a vonalkázott területek összegével!



3. Képzeletben írjuk fel az összes olyan négyjegyű számot, amelynek jegyei csak az 1, 2, 3, 4 számok közül kerülhetnek ki (egy jegy többször is előfordulhat egy ilyen négyjegyű számban). Számítsd ki az ilyen négyjegyű számok összegét!

4. Melyik tört a nagyobb: $\frac{10^{1986}+1}{10^{1987}+1}$ vagy $\frac{10^{1987}+1}{10^{1988}+1}$?

5. Adott három, egy ponton átmenő egyenes: a, b és c. Egy tetszőleges P pontnak a-ra vonatkozó tükörképe P', P' tükörképe b-re P'' és P'' tükörképe c-re P'''. Szerkessz olyan P-t, hogy P és P''' egybe essen!



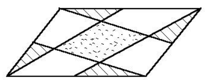
1988. évi verseny

1. Van-e olyan négyzetszám, amely 1988-cal kezdődik? Ha találtál ilyet, írd le azt is, milyen módszert használtál, hogyan gondolkodtál!

2. Bizonyítsd be, hogy bármely konvex kilencszögben van két olyan átlóegyenes, amelyek szöge 7°-nál kisebb! (Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy bármely két átlóegyenes metszi egymást.)

3. Adott a síkon egy véges sok pontból álló ponthalmaz, és bizonyos pontpárokat szakaszokkal kötünk össze. Mutasd meg, hogy van két olyan pont, amelyekből azonos számú szakasz indul ki!

4. Egy paralelogramma oldalfelező pontjait az ábrán látható módon kötjük össze. Bizonyítsd be, hogy a négy bevonalkázott háromszög területének összege egyenlő a pontozott paralelogramma területével!



5. Ábrázold a koordináta-rendszerben azokat a pontokat, amelyeknek koordinátái kielégítik az $|x+1|+|x-1|=|y+1|+|y-1|$ egyenlőséget!

1989. évi verseny

1. Egy derékszögű háromszög átfogója 13 egység, a háromszögbe írt kör sugara 2 egység. Mekkora a háromszög kerülete?

2. Keress olyan pozitív egész számot, amelyet 2-vel szorozva négyzetszámot, 3-mal szorozva köbszámot, 5-tel szorozva teljes ötödik hatványt kapunk!

3. Határozd meg az összes olyan pozitív egész p, q, r, s számnégyest, amelyre igaz, hogy $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}+\frac{1}{s}=1$.

4. Egy testet hat nyolcszög, nyolc hatszög és tizenkét négyzet határol. A test minden csúcsából három él indul ki. Hány csúcsa van a testnek?

5. Hányféleképpen lehet 1989-et előállítani egymást követő pozitív egész számok összegeként?

1990. évi verseny

1. Határozd meg azokat az $(x;y)$ számpárokat, amelyek egyszerre kielégítik a következő egyenleteket: $2y+4x=x^2$, $y-x=0$.

2. Adott egy 19°-os szög. Csak körző és vonalzó felhasználásával szerkessz ennek alapján 1°-os szöget! (Írd le a feltételezett szerkesztés menetét!)

3. Igazold, hogy bármely 39 darab, egymást követő természetes szám között van olyan, amelyre igaz, hogy számjegyeinek összege osztható 11-gyel!

4. Egy egyenlő szárú háromszög alapja egyenlő a hozzá tartozó magassággal. A háromszögbe téglalapokat írunk úgy, hogy a téglalapok egyik oldala a háromszög alapján, a másik két csúcsa pedig egy-egy száron van. Az így kapott téglalapok közül melyiknek legnagyobb a kerülete?

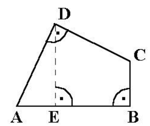
5. Az $1, 2, 3, \ldots, 20$ számok közül kiválasztottunk 11-et. Mutasd meg, hogy a kiválasztott számok között mindig van kettő olyan, amely közül az egyik osztója a másiknak!

1991. évi verseny

1. Határozzuk meg az összes olyan n egész számot, amelyre az $\frac{n^2+2}{n+1}$ tört értéke egész szám!

2. Egy derékszögű háromszögben megrajzoltuk a hegyesszögek szögfelezőit. Mekkora szöget zárnak be ezek a szögfelezők?

3. Az ábrán látható $ABCD$ négyszögben a B és D csúcsnál derékszög van, $AD=CD$ és a DE távolság 1 egység. Számítsd ki az $ABCD$ négyszög területét!



4. Melyik az a négyjegyű szám, amely teljes négyzet és a szám első két jegyéből, meg az utolsó két jegyéből álló (tízes számrendszerbeli) szám is teljes négyzet?

5. Adott hat (nem szükségképpen egész) szám: a, b, c, d, e, f. Ezekről tudjuk, hogy $0<a<b<c<d<e<f$. Igazoljuk, hogy $\frac{a+b+c+d+e+f}{c+f}<3$.

1992. évi verseny

1. Bizonyítsd be, hogy négy egymást követő pozitív egész szám összege nem lehet négyzetszám!

2. Egy konvex négyszöget két átlója négy háromszögre bont. Ezek közül három szomszédosnak a területe, ebben a sorrendben 1, 2 és 3 egység. Mennyi a negyedik háromszög területe?

3. Az $ABCD$ téglalap A csúcsából húzott, az AB oldallal $60°$-os szöget bezáró egyenes a BC oldal (C-n túli) meghosszabbítását az E pontban metszi. Az EDC szög $30°$-os, a BC oldal hossza 4 egység. Milyen hosszú az EB szakasz?

4. Egy tízes számrendszerben felírt négyjegyű számból kivonjuk azt a háromjegyű, majd kétjegyű, végül egyjegyű számot, amelyet az eredeti szám utolsó, utolsó kettő, végül utolsó három jegyének elhagyásával kapunk. Az eredmény: 1773. Mi volt az eredeti négyjegyű szám?

5. Hány olyan háromszög van, amelynek oldalainak mérőszáma 10-nél nagyobb, de 20-nál nem nagyobb egész számok? Ezek közül hány egyenlő szárú és hány egyenlő oldalú?

1993. évi verseny

1. Döntsd el, hogy a következő 13-jegyű szám négyzetszám-e:

1020304030201?

2. Egy fontos ,,titkos" jelentést 10 oldalra gépeltek le és az egyes oldalakat megkapta egy-egy ember és hazavitte. Mind a 10 embernek van telefonja. Igazoljuk, hogy 16 telefonbeszélgetés elég ahhoz, hogy a jelentés teljes tartalmát mind a 10 ember megismerje! (A telefonbeszélgetéskor a két ember az összes rendelkezésre álló információt kölcsönösen kicseréli.)

3. Egy négyzet belsejében megjelöltük azokat a pontokat, amelyek közelebb vannak a hozzájuk legközelebb eső oldalhoz, mint a hozzájuk legközelebb eső átlóhoz. Hányad része a négyzet területének a megjelölt pontok által alkotott síkrész területe?

4. Osszunk fel egy adott trapézt egyik szárának felezőpontjából húzott egyenessel két egyenlő területű részre!

5. Egy téglalap oldalai 20 és 25 egység. Elhelyeztünk benne 120 darab 1 oldalú négyzetet. Igazoljuk, hogy a téglalapba rajzolható olyan egységátmérőjű kör, amelynek nincs közös pontja egyik négyzettel sem!

1994. évi verseny

1. Számítsuk ki minél egyszerűbben a következő szorzat értékét:

$$(1-\tfrac{1}{2^2})\cdot(1-\tfrac{1}{3^2})\cdot(1-\tfrac{1}{4^2})\cdot\ldots\cdot(1-\tfrac{1}{99^2})\cdot(1-\tfrac{1}{100^2}).$$

2. Két páratlan szám, a és b különbsége 64. Mennyi lehet legfeljebb a és b legnagyobb közös osztója?

3. Adott a síkon 6 pont úgy, hogy semelyik 3 sincs egy egyenesen. Meghúztuk az összes olyan szakaszt, amely két-két pontot köt össze. Kiszínezhetők-e az így kapott szakaszok 5 színnel úgy, hogy minden pontból csupa különböző színű szakasz induljon ki?

4. A kilenctagú (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) számsorozatot állítsuk elő minél kevesebb olyan 9 tagú számsorozat ,,összegeként", amelyek mindegyikében csak kétféle szám szerepel (például: (0, 2, 2, 0, 0, 2, 2, 0, 0) egy ilyen sorozat). A 9 tagú sorozatok ,,összegét" úgy értelmezzük, hogy az azonos helyen álló számokat adjuk össze (például: $(1,1,0,0,1,0,0,0,1)+(0,2,2,0,0,2,2,0,0)=(1,3,2,0,1,2,2,0,1)$).

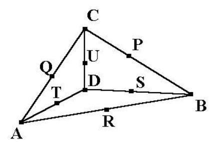
5. Adott egy szabályos tetraéder (olyan négylapú test, amelynek a négy lapja négy egybevágó szabályos háromszög). Igazoljuk, hogy a tetraéder bármely belső pontjára igaz, hogy a négy laptól mért távolságának összege egyenlő az egyik csúcsnak (bármelyiknek) a szemközti laptól mért távolságával!

1995. évi verseny

1. A 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, …sorozatban található-e két olyan különböző szám, amelyek különbsége osztható 100-zal?

2. Tudjuk, hogy $\frac{3\cdot8\cdot15\cdot24\cdot35\cdot\ldots\cdot899}{4\cdot9\cdot16\cdot25\cdot36\cdot\ldots\cdot900}=\frac{p}{q}$, ahol $p,q>0$ egészek és $(p,q)=1$. Számítsuk ki p és q értékét (a bal oldali tört nevezőjében a négyzetszámok szorzata szerepel 4-től 900-ig, a számlálóban a megfelelő tényezők pedig az 1-gyel kisebb számok)!

3. Az $ABCD$ tetraéder D csúcsban találkozó élei páronként merőlegesek egymásra. A P, Q, R, S, T, U pontok a megfelelő élek felezőpontjai. Igazoljuk, hogy $PT=QS=RU$.



4. Egy négyzet mindegyik oldalát 7 egyenlő részre osztottuk. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai a négyzet oldalain megjelölt (csúcsoktól különböző) osztópontok közül kerülnek ki?

5. Egy $60°$-os szög mindkét szárát érinti egy r sugarú kör. Mekkora annak a körnek a sugara, amely érinti mindkét szögszárat és az r sugarú kört is? (Hány ilyen kör van?)

1996. évi verseny

1. Állítsuk elő 1996-ot egynél több, egymást követő pozitív egész szám összegeként!

2. Az ABC egyenlőszárú háromszögben $ABC\angle = CAB\angle = 80°$. Az AC száron egy P, a BC száron egy Q pontot vettünk fel úgy, hogy $PBQ\angle = 30°$ és $QAP\angle = 40°$. Mekkorák a QPB és PQA szögek?

3. Egy kerékpáros A-ból B-be ment, majd visszakerekezett. A-tól B-ig 2,5 óráig tartott az útja, visszafelé 3,5 óráig. Emelkedőn 12 km/óra, lejtőn 18 km/óra, vízszintes úton 16 km/óra sebességgel haladt. Számítsuk ki az A és B közti távolságot, ha tudjuk még, hogy odafelé (és így visszafelé is) fél óráig ment vízszintes úton!

4. Igazoljuk, hogy ha az $\overline{abcabc}$ hatjegyű szám osztható 37-tel, akkor a $\overline{bcabca}$ hatjegyű szám is osztható 37-tel (a, b, c számjegyek)!

5. Hány olyan különböző háromszög van, amelynek kerülete 30 cm és minden oldala egész centiméter hosszúságú?

1997. évi verseny

1. Két falu, A és B egy folyó jobb partján épült. Egy küldöncnek egy csomagot kell vinnie A-ból B-be, majd azonnal visszatér A-ba. Vagy gyalog megy a parton oda-vissza, vagy egy olyan csónakkal, amelynek a sebessége éppen annyi, mint amekkora sebességgel gyalog tud menni. Melyik esetben tart rövidebb ideig az út?

2. Hány rácsponton halad át az a körvonal, amelynek középpontja az origó és sugara 5 egység? (A rácspontok mindkét koordinátája egész szám.)

3. Az ABC derékszögű háromszög C derékszögű csúcsából induló súlyvonal és szögfelező az átfogót a D és E pontokban metszi. Tudjuk, hogy DEC egyenlőszárú háromszög ($DE = EC$). Mekkorák az ABC háromszög hegyesszögei?

4. Két kétjegyű prímszám közül a kisebbiket a nagyobb után írjuk. Az így kapott négyjegyű szám kétszerese osztható a két prímszám összegével. Mi lehetett a két prímszám?

5. Egy cukrászdában 5 féle süteményt árulnak. Hányféleképpen lehet itt 4 süteményt vásárolni, ha nem kötjük ki, hogy a sütemények különbözőek legyenek?

1998. évi verseny

1. Egy matematikustól megkérdezte új munkatársa, hány évesek a gyerekei. A következő választ kapta: „A két fiam életkorának összegéhez hozzáadva életkoruk szorzatát 23-at kapunk. Megjegyzem még, hogy mindkettő életkora páratlan prímszám.” Hány évesek a gyerekek?

2. Egy derékszögű háromszög átfogójára (kifelé) szerkesztett szabályos háromszög területének a felével egyenlő a derékszögű háromszög területe. Számítsuk ki a derékszögű háromszög befogóinak arányát!

3. Tudjuk, hogy tíz pozitív egész szám összege 1998. Mennyi lehet legfeljebb a 10 szám legnagyobb közös osztója?

4. Válasszunk ki egy kétjegyű számot, például 13. Szorozzuk meg kettővel: 26; írjunk a kapott szám után egy 0-t: 260; a kapott számhoz adjuk hozzá a kiinduló számot: 273; az eredményt szorozzuk meg 481-gyel. Így a 131313 hatjegyű számhoz jutunk. Ha ugyanezt a műveletsort például a 37-re alkalmazzuk, akkor az eredmény: 373737. Magyarázd meg, miért kapjuk mindig ezt a „meglepő” eredményt!

5. Egységnyi élű kocka egyik testátlóján átfektetett síkok közül melyik metsz ki legkisebb területű négyszöget a kockából?

1999. évi verseny

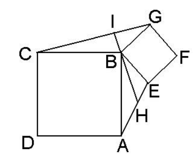
1. Leírtuk sorban egymás mellé a pozitív egész számokat 1-től 1999-ig. Az így kapott tízes számrendszerbeli szám négyzetszám, vagy nem?

2. Oldjuk meg a prímszámok körében a következő egyenletet: $x^2 - 1 = 2y^2$.

3. Az ABC háromszög magasságpontját jelölje M. Tudjuk, hogy $AB = CM$. Számítsuk ki a háromszög C csúcsánál levő szögét!

4. Igazoljuk, hogy az $s_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$ $(n \geq 2)$ sorozat tagjainak tízes számrendszerbeli alakjában az utolsó számjegyek periodikusan ismétlődnek!

5. Az ábrán látható $ABCD$ és $BEFG$ négyzeteknek csak a B csúcsa közös. Igazoljuk, hogy a BAE háromszög B csúcsból induló BH súlyvonalának B-n túli meghosszabbítása a CBG háromszögben magasságvonal!



2000. évi verseny

1. 1331 egy egész szám harmadik hatványa, más néven köbszám. Mutassuk meg, hogy akkor is köbszámot kapunk, ha az 1331 két-két szomszédos számjegye közé akárhány, de azonos számú 0-t írunk! (Például: 1003003001)

2. Valaki három különböző, nem 0 számjegyből elkészítette az összes, különböző számjegyekből álló háromjegyű számot, majd a kapott számokat összeadta. Kiderült, hogy az összeg két szomszédos egész szám szorzata. Melyek lehettek a kiinduló számjegyek?

3. Egy folyó partján egy téglalap alakú területet akarnak bekeríteni $100\,m$ hosszú kerítéssel (csak a téglalap három oldalára kell kerítés). Hogyan válasszák meg a kerítés méreteit, hogy a területe a lehető legnagyobb legyen?

4. Az n pozitív egész szám mely értékeire igaz, hogy az n^2+4n-5 egy egész szám négyzete?

5. Egy adott e egyenes egyik oldalán a P 5 egység, a Q 3 egység távolságra van e-től. A P-ből e-re állított merőleges talppontja R, a Q-ból e-re állított merőleges talppontja S. A PS és QR szakaszok metszéspontja O. Milyen messze van O az e egyenestől?

2001. évi verseny

1. A 0-nál nagyobb és 1-nél kisebb racionális számokat egy sorozatba rendezzük úgy, hogy a kisebb nevezőjű törtek állnak előbb a sorozatban, és az azonos nevezőjű törtek a számlálóik növekvő sorrendjében követik egymást. Ha az összes említett, különböző alakú (nem egyszerűsített) törtet így felsoroljuk (a sorozatban így azonos értékű törtek is szerepelnek, pl.: $\frac{1}{2}, \dots \frac{2}{4}, \dots \frac{5}{10}, \dots$), hányadik helyen áll a $\frac{2000}{2001}$ tört?

2. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\frac{x-1999}{2}+\frac{x-1998}{3}+\frac{x-1997}{4}=\frac{x-2}{1999}+\frac{x-3}{1998}+\frac{x-4}{1997}.$$

3. Egy derékszögű háromszög hegyesszögeinek aránya $5:1$, az átfogója 4 egység. Számítsuk ki a háromszög területét!

4. Melyik az a három legkisebb egymást követő pozitív egész szám, amelyek összege egy egész szám négyzete, ugyanakkor egy másik egész szám köbe (harmadik hatványa) is?

5. Egy tompaszögű egyenlő szárú háromszög két belső szögfelezője közül a hosszabbik kétszerese a rövidebbiknek. Mekkorák a háromszög szögei?